SENA REGIONAL VALLE	Centro Nacional de Asistencia Técnica a la Industria – ASTIN **"El mundo del precio"**	Código: 9230-FP-F-322 Versión: 2

x1. IDENTIFICACIÓN DEL INSTRUMENTO:

Programa de Formación: Tecnólogo Gestión de Desarrollo Económico y Social	*Ficha de caracterización:122107*
Nombre de la Guía- Mercado de Capitales _El riesgo.	*Código de la Guía: 8_3 Mercado capitales- El riesgo*
Nombre del Instructor: Sandra Portilla López	
Ciudad y fecha: Cali,26 de Junio 2022	

2. PRESENTACIÓN E INSTRUCCIONES PARA EL DILIGENCIAMIENTO:

Señor/a Aprendiz:

- Resuelva las actividades planteadas para cada paso de la actividad de aprendizaje
- Entregue los productos al Instructor y solicite retroalimentación del taller.

3. CUERPO DEL INSTRUMENTO:

Resultados de aprendizaje.

RA: *Determinar los precios de los productos y servicios, según tipos de mercados y de productos, mediante la aplicación de métodos de fijación precios*

De manera individual o con su equipo su equipo de trabajo desarrolle las siguientes actividades:

1.Actividad de reflexión inicial.

Teniendo en cuenta el siguiente video del enlace g

a. Que opina del método empleado de éste asesor para conseguir clientes para que inviertan en el mercado de

2. *Actividad de contextualización*.

Continuando con los mercados de capital y conociendo ya variables como incertidumbre, inversión y rentabilidad, corresponde ahora abordar de manera significativa el concepto de riesgo para ello es importante primero abordar la conceptualización de los siguientes términos:

a. Riesgo: https://www.youtube.com/watch?v=C-GCj9ESJsk
b. Riesgo no sistemático https://www.youtube.com/watch?v=ZZFZpkTvvVk
c. Otros conceptos de riesgo: https://www.youtube.com/watch?v=qQXmZGv5CKE
d. Metodologías para calcular el VAR (valor del riesgo)

Nota: Recuerden extraer de los contenidos de apoyo (en videos o documentos pdf) palabras extrañas para conocer su significado en la actividad de retroalimentación.

3. Actividad de apropiación:

3.1 De acuerdo a la información anterior realice un resumen conceptual.

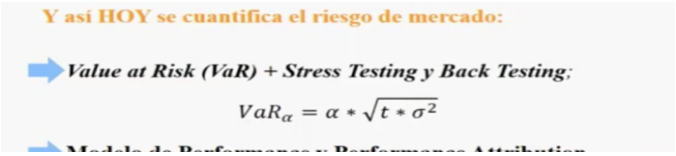
3.2 Con base en la información anterior y teniendo en cuenta el ejemplo financiero dado:

a. Calcular la rentabilidad de una inversión en mercado de capitales:

b. Calcular el nivel de riesgo del ejercicio propuesto

nota: Las formulas de cada variable al final del documento se encuentran.

formulas



4. PRODUCTO (S):

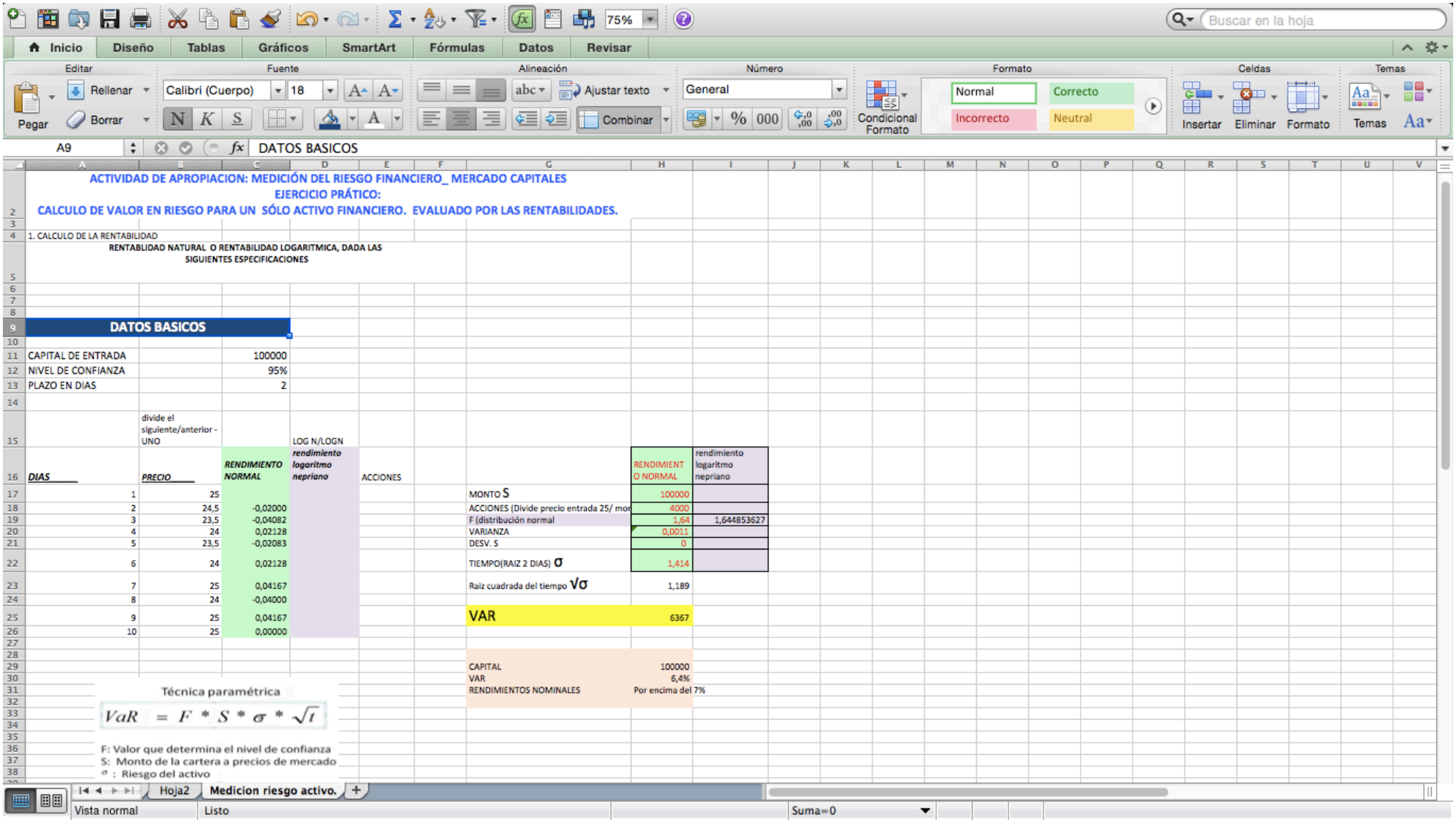
1. Respuesta de los ítems: 1 y 2 Actividad de reflexión.
2. Presentación en power point sobre la idea de inversión con sus características y demás aspectos solicitados.
3. Sustentación de la negociación realizada.

Nota: No incluir información en pdf que sea confusa o difícil de leer y no se haya solicitado.
Buena presentación, manejo de normas de redacción. Si elabora varios documentos para trabajar en Word, Excel u otros, organícelos y presente uno solo.
Nombrar el documento: con datos personales y ficha del programa de formación.

(Aquí se consignan todos los productos a recoger y se deben enumerar, tal cual como está señalado).

Observaciones y/o recomendaciones:

1. Fecha límite para subir la evidencia a Territorio. Fecha dada por el instructor.



ACTIVIDAD DE APROPIACION: MEDICIÓN DEL RIESGO FINANCIERO_ MERCADO CAPITALES

EJERCICIO PRÁTICO:

CALCULO DE VALOR EN RIESGO PARA UN SÓLO ACTIVO FINANCIERO. EVALUADO POR LAS RENTABILIDADES.

1. CALCULO DE LA RENTABILIDAD

RENTABLIDAD NATURAL O RENTABILIDAD LOGARITMICA, DADA LAS SIGUIENTES ESPECIFICACIONES

DATOS BASICOS

CAPITAL DE ENTRADA	100000
NIVEL DE CONFIANZA	95%
PLAZO EN DIAS	2

DIAS	PRECIO (divide el siguiente/anterior - UNO)	RENDIMIENTO NORMAL	LOG N/LOGN rendimiento logaritmo nepriano	ACCIONES
1	25			
2	24,5	-0,02000		
3	23,5	-0,04082		
4	24	0,02128		
5	23,5	-0,02083		
6	24	0,02128		
7	25	0,04167		
8	24	-0,04000		
9	25	0,04167		
10	25	0,00000		

	RENDIMIENTO NORMAL	rendimiento logaritmo nepriano
MONTO S	100000	
ACCIONES (Divide precio entrada 25/ mor	4000	
F (distribución normal	1,64	1,644853627
VARIANZA	0,0011	
DESV. S	0	
TIEMPO(RAIZ 2 DIAS) σ	1,414	
Raiz cuadrada del tiempo √σ	1,189	
VAR	6367	

CAPITAL	100000
VAR	6,4%
RENDIMIENTOS NOMINALES	Por encima del 7%

Técnica paramétrica

$$VaR = F * S * \sigma * \sqrt{t}$$

F: Valor que determina el nivel de confianza
S: Monto de la cartera a precios de mercado
σ : Riesgo del activo

Hoja2 | Medicion riesgo activo.

Vista normal | Listo | Suma=0

Midiendo el riesgo en mercados financieros

Alfonso Novales
Departamento de Economía Cuantitativa
Universidad Complutense

Octubre 2017
Versión preliminar
No citar sin permiso del autor
@Copyright A. Novales 2013

Contents

1 La medición del riesgo inherente a un activo **3**
1.1 Distintos tipos de riesgo financiero 3
1.2 El riesgo en las decisiones de inversión financiera 5
1.3 La varianza como indicador de riesgo: Limitaciones 8

2 Momentos de una distribución de probabilidad **11**
2.1 Momentos muestrales 16
2.2 Semi-desviación típica y momentos parciales inferiores de segundo orden 18
2.3 Estacionariedad 19
2.4 Ejercicio práctico: Estadísticos descriptivos en la estimación de la volatilidad 22
2.5 Varianza de la cartera 24
2.6 El coeficiente de correlación lineal como medida de asociación entre variables 25
2.7 Distribuciones marginales y condicionadas: Un ejemplo 26

3 Rentabilidades **27**
3.1 Rentabilidad continua equivalente 27
3.2 Rentabilidad en mercados cotizados en tipos de interés 28
3.3 El supuesto de rendimientos lognormales 29
3.4 Contrastes de Normalidad 31
3.5 Extrapolación temporal de la varianza 32
3.6 Desviación típica de los estimadores de la varianza, la desviación típica y el coeficiente de correlación lineal 35
3.6.1 Intervalo de confianza para la varianza de una población Normal 35

8.0.3 Modelo asimétrico 96

9 Selección de carteras y evaluación de su gestión 97
9.1 Aversion al riesgo 98
9.2 Selección de carteras 99
9.2.1 Maximización del Equivalente Cierto 99
9.2.2 Criterio de Media-Varianza 101
9.2.3 Cartera de mínima varianza 102
9.2.4 Problema de Markowitz 103
9.2.5 Modelo CAPM 106
9.3 Criterios de evaluación de carteras 107

1 La medición del riesgo inherente a un activo

1.1 Distintos tipos de riesgo financiero

La medición del riesgo incorporado en un determinado activo es, sin duda, uno de los problemas más importantes de la economía financiera. El nivel de riesgo es una de las características de un activo que, junto con su rentabilidad esperada, su liquidez, etc..determinan las decisiones óptimas de inversión de los agentes. Es habitual identificar la medición del riesgo con la varianza que ofrece la serie temporal de rentabilidad del activo. En el caso de un mercado financiero, el riesgo suele medirse mediante la varianza de las variaciones en el índice correspondiente (rentabilidades) observadas con una determinada frecuencia (hora, día, semana, mes). A veces, utilizamos la varianza con datos de alta frecuencia, como son los datos intradía (dentro del día de negociación); por ejemplo, utilizando las ctoizaciones cada hora, cada 5 minutos, o incluso los precios de todas las operaciones cruzadas.

Sin embargo, pocas veces reflexionamos suficientemente acerca de lo que estamos midiendo. Conviene pensar acerca de qué queremos medir, y si la varianza es una medida adecuada de riesgo.

Además del riesgo-precio o riesgo de reinversión, tenemos el riesgo de mercado, debido a la evolución del mercado en que cotiza nuestro activo durante el plazo de la inversión, el riesgo de liquidez, debido a las potenciales dificultades de deshacernos del activo si así lo deseamos, el riesgo de crédito o de contrapartida, etc.; a nivel institucional tenemos también el riesgo operacional o riesgo operativo, que se deriva de sucesos exogenos: un fallo informático, un incendio, un fraude financiero, etc.. En mercados de renta variable, el *riesgo-beta* que definimos más abajo, es útil para muchos fines. En otras ocasiones, todo lo que queremos es un umbral máximo de pérdidas en la forma de un Valor en Riesgo, es decir, un determinado percentil de la distribución de probabilidad de la rentabilidad esperada de una cartera en un horizonte estipulado previamente. Por tanto, es importante saber qué tipo de riesgo queremos medir en cada caso. Frecuentemente incurriremos en riesgo de modelo, al tener que escoger entre

distintas opciones, una representación paramétrica para la evolución temporal de la rentabilidad de un activo o del vector de rentabilidades de varios activos.

El riesgo de precio en renta fija, se debe al desconocimiento de los tipos de interés futuros a que podremos invertir los cupones recibidos sobre un bono. Hablamos entonces de riesgo precio, o riesgo de reinversión. A igualdad de condiciones, un bono cupón cero tiene un menor componente de riesgo, debido a la ausencia de reinversiones, si bien está sujeto en cualquier caso a riesgo-precio, por cuanto que desconocemos las posibles fluctuaciones que pueda experimentar su precio. En general, el riesgo de precio o de reinversión se produce cuando compramos un activo cuyo vencimiento no coincide con el horizonte de nuestra inversión (tanto si es inferior somo si es un plazo más largo). El riesgo de precio en renta variable puede deberse a la incertidumbre acerca del valor de la empresa percepción debido a acciones recientes, las inversiones que ha asumido, la gestión de sus directivos, etc.. En el caso de una divisa, puede deberse a que un fuerte deterioro de su balanza por cuenta corriente, o de sus cuentas públicas, su situación política, etc., pueden sugerir una posible devaluación, lo que reduciría significativamente la rentabilidad de un inversor extranjero. Una liquidez reducida es otro componente del riesgo específico de un activo, si bien en ocasiones es todo un mercado el que está sujeto a una reducida liquidez. Por ej., la mayor parte de una emisión de deuda privada puede estar en manos de un gran fondo, que no la saca al mercado, por lo que los inversores privados que poseen el resto de la emisión se enfrentan a un riesgo de liquidez.

Por supuesto que un activo de renta variable está sujeto a estas consideraciones, además de las propias de su emisor, por lo que tiene riesgo de mercado o riesgo-precio, riesgo de emisor, etc..

La primera cuestión es que existen distintos tipos de riesgo, que requieren medidas diferentes: *riesgo sistemático o no diversificable* dentro del mercado, *riesgo especifico del activo o riesgo diversificable en el mercado*. Cuando analizamos un mercado concreto, el *Riesgo total* de un activo que cotiza en dicho mercado puede descomponerse en un componente de *Riesgo sistemático o de mercado*, y un componente de *Riesgo específico*. Por ej., las acciones del mercado continuo de Madrid, tienen un componente de riesgo explicado por el propio mercado, representado por el índice. Tienen también un segundo componente de riesgo que no puede explicarse por el riesgo del mercado. Algo similar ocurre con cada una de las referencias que cotiza en el mercado secundario de deuda pública español. También en este caso podríamos hablar de un componente de riesgo global o "de mercado", así como de un componente de riesgo específico de cada índice.

Distinguir entre estos tipos de riesgo y disponer de procedimientos para la estimación de cada uno de ellos es un aspecto importante de la gestión de carteras.El componente de riesgo de mercado es un *riesgo sistemático*, que no puede eliminarse mediante la inversión en activos distintos del mismo mercado. Por eso decimos que dicho riesgo no es diversificable. Este componente no diversificable del riesgo del activo está determinado por la covariación de su rentabilidad con la rentabilidad del índice del mercado al que pertenece.Viene generalmente caracterizado por la beta del activo, que suele estimarse mediante

procedimientos de regresión entre las rentabilidades del activo y del mercado, ambas descontadas de la rentabilidad ofrecida por el activo libre de riesgo. En el caso de la renta variable, este es el modelo CAPM y hablamos del riesgo beta, cuya cuantía viene medida por: a) la beta del activo y, b) la volatilidad del mercado. Por el contrario, el componente de *riesgo específico* mide un riesgo no vinculado al mercado al que pertenece el activo. Este es un riesgo que puede eliminarse por diversificación, si existe una variedad de activos suficientemente rica en el mercado. Este componente del riesgo puede deberse, en unos casos, a las características del emisor, y en otras, a las características técnicas del activo.

1.2 El riesgo en las decisiones de inversión financiera

Disponer de medidas numéricas del nivel de riesgo asociado a la inversión en un determinado activo financiero durante un determinado período de tiempo es una herramienta clave en muchos aspectos de la gestión de carteras. Algunos ejemplos notables son,

Gestión de carteras mediante el análisis rentabilidad/riesgo: Markowitz.

Este enfoque, supone que los inversores tienen preferencias dependientes de dos argumentos: riesgo y rentabilidad esperada. La teoría de carteras muestra que, cuando un inversor se enfrenta a la posibilidad de invertir en dos activos alternativos, no se trata de seleccionar aquel que ofrezca mejores posibilidades. Dada la estructura de preferencias mencionada, podria pensarse que si un activo ofrece mayor rentabilidad (esperada) que otro, y menor varianza, debería ser un activo preferido, con lo que un inversor compraría solo este activo, y nada del otro. Por el contrario, es importante la complementariedad que pueda existir entre ellos. Precisamente, la teoría de carteras óptimas nos enseña que ésta puede no ser la estrategia óptima, dependiendo del signo y magnitud de la correlación que exista entre ambos activos, supuesto que en el momento de llevar a cabo la inversión estemos en un contexto de incertidumbre acerca de sus rentabilidades.

Pero ¿qué combinación de los dos activos sería óptima? Un inversor puede estar dispuestos a asumir un mayor nivel de riesgo, si recibe también una mayor rentabilidad, aunque no cualquier combinación es preferible: el inversor tendrá un mapa de curvas de utilidad constante en el plano (riesgo, rentabilidad esperada). Cada una de estas curvas, convexa hacia el origen y posiblemente crecientes, es el lugar geométrico de los pares de valores (riesgo, rentabilidad esperada) que ofrecen un mismo nivel de utilidad. Curvas más elevadas en dicho plano corresponden a niveles de utilidad superiores, y curvas por debajo de una dada corresponden a niveles de utilidad inferiores.

Por otra parte, la frontera eficiente es el lugar geométrico de pares de valores (riesgo, rentabilidad esperada) con la siguiente propiedad: Consideremos todas las carteras con un determinado nivel de riesgo/varianza; todas ellas ofrecen una rentabilidad (esperada) inferior a la dada por la frontera eficiente para ese nivel de riesgo/varianza. La frontera eficiente tiene la forma de media elipse creciente, desde un vértice, que corresponde a la cartera de mínima varianza.

La cartera óptima para un inversor está determinada gráficamente en el punto de tangencia entre las curvas de indiferencia de utilidad, y la frontera eficiente. Otro inversor tendrá unas preferencias diferentes, y la tangencia se producirá en un punto distinto de la frontera eficiente, por lo que la cartera óptima para este inversor será distinta de la del primero. Esta es la base del análisis de carteras propuesto por Markowitz. Para el cálculo de la frontera eficiente, es imprescindible contar con una estimación de la matriz de varianzas y covarianzas, o de las varianzas y correlaciones entre los activos disponibles al inversor. Cuando un inversor puede distribuir su riqueza entre varios mercados, puede simlpificarse el problema (perdiendo algo de precisión), resolviendo le problema de aset allocation primero entre los distintos mercados, conotruyendo la cartera óptima entre el conjunto de índices de estos mercados, para luego, en una segunda etapa, construir para cada mercado la cartera óptima en la que invertir la cuantía previamente seleccionada para dicho mercado.

Pero antes de poder escoger una inversión (activo o cartera), hemos de hacer frente a dos dificultades: 1) por un lado, lo que interesa al inversor es la rentabilidad *esperada*, para cada activo, a lo largo del período en que se va a llevar a cabo la inversión, 2) por otro, *el riesgo no es observable*, por lo que hemos de utilizar alguna medida del mismo, para lo que generalmente se identifica riesgo con volatilidad, y ésta con varianza. Es muy importante observar que, desde el punto de vista de la teoría financiera, ambas deberían ser medidas hacia el futuro y, sin embargo, suelen ser inadecuadamente sustituidas por medidas históricas.

Valoración de opciones:

El precio de una opción depende de: *a*) el precio de ejercicio de la opción, *b*) el tiempo que resta hasta su vencimiento, *c*) el tipo de interés del activo sin riesgo, *d*) los dividendos ofrecidos por el activo subyacente, si los hay, *e*) el precio del activo subyacente, *f*) su *volatilidad, que no es observable*.

Para evaluar si el *precio de mercado* de una opción es correcto ha de disponerse de una estimación de la volatilidad del activo subyacente. Para ello, se necesita la volatilidad estimada del precio del subyacente durante el período residual hasta el vencimiento de la opción. Por tanto, necesitamos una *predicción* de la volatilidad. Con dicha medida, podríamos utilizar alguno de los modelos disponibles que, condicionado en la validez de las hipótesis en él incorporadas, nos proporcionaría el *precio teórico* de la opción. La comparación con su precio de mercado nos permitiría evaluar el interés que pueda tener tomar posiciones cortas o largas en la misma.

Cobertura de riesgos en inversiones a largo plazo:

El diseño de estrategias de cobertura de carteras depende crucialmente de la estimación del riesgo de los activos que configuran la cartera. Además, en este caso, tan importante como las medidas de volatilidad de los mercados del activo subyacente y del activo que se utiliza en la cobertura, es la medida de *covariación* entre ambos. De hecho, es ya habitual hablar de un *riesgo de correlación* entre activos.

La utilización de medidas de volatilidad y de covariación alternativas puede conducir a estrategias de cobertura bastante diferentes, lo que implicará *a*)

costes bastante distintos para las mismas y b) resultados asimismo diferentes, que pueden depender del tipo de evolución temporal seguido por la cotización del activo subyacente.

Varianza y covarianzas/correlaciones

En una población estadística, la varianza es el promedio ponderado de la desviación cuadrática entre un punto extraído al azar del soporte de la distribución y la esperanza matemática. La ponderación que recibe cada punto del soporte de la distribución es igual a la masa de probabilidad en cada punto. En una muestra, la varianza es el promedio equiponderado de las desviaciones cuadráticas de los datos muestrales respecto a la media muestral. Las ponderaciones son las frecuencias relativas de observación de los datos. Alternativamente, puede pensarse que no prestamos atención a los datos que puedan aparecer repetidos, y que cada uno de ellos recibe en el cálculo de la varianza una ponderación igual al inverso del tamaño muestral $1/N$, el mismo que recibiría en el cálculo de la media muestral.

La *desviación típica*, definida como raíz cuadrada de la varianza, puede interpretarse aproximadamente como el tamaño medio de las desviaciones de una variable alrededor de un valor de referencia, ya sea su esperanza matemática (en el caso de la población), o su media muestral (en el caso de la muestra). *En el caso de una variable aleatoria para la que se disponen de observaciones a través del tiempo, la desviación típica puede interpretarse como el tamaño medio de sus fluctuaciones* alrededor de un nivel de referencia, definido por la media muestral. Por consiguiente, cuando se trabaja con variables aleatorias de esperanza (o media muestral) igual a cero, la desviación típica es un buen indicador del *tamaño* de dicha variable.

Las matrices de covarianzas entre activos son necesarias en la mayoria de las aplicaciones financieras, como:

- estimación y predicción de la volatilidad de una cartera,
- estimación del Value at Risk (VAR) y Expected Shortfall (ES) en carteras con flujos de caja lineales,
- determinación de la asignación de recursos entre un conjunto de activos para configurar una cartera óptima,
- simular rentabilidades de un conjunto de activos con determinada estructura de correlaciones,
- estimación del VaR de carteras con pagos no lineales,
- estimación de precios en carteras de opciones sobre multiples activos,
- cobertura del riesgo de una cartera.

1.3 La varianza como indicador de riesgo: Limitaciones

La varianza y la desviación típica (poblacional o muestral) sólo tienen sentido frente a una medida de posición central de la distribución de probabilidad, que sirve de referencia. Sin embargo, no siempre las medidas de posición son estables en el tiempo. Cuando no lo son, el uso de la varianza como indicador de volatilidad queda en entredicho, como iremos viendo sucesivamente.

- la rentabilidad que interesa al inversor es la rentabilidad que espera obtener durante el horizonte de su inversión, por lo que, en realidad, debería utilizar una *predicción de la rentabilidad* durante dicho período. Generalmente, los modelos teóricos (selección de cartera de Markovitz, valoración de opciones de Black-Scholes) se basan en una medida de riesgo esperado durante el horizonte de la inversión, que es substituida generalmente por una medida histórica de riesgo, y ésta es calculada como la varianza muestral, sin llevar a cabo el tipo de predicción requerido por el modelo teórico. Para ello, el análisis de series temporales es imprescindible: especificando y estimando un modelo estadístico para la serie temporal de rentabilidades, podríamos obtener tal previsión. El modelo en cuestión debería incorporar todas aquellas variables que se considera que pueden influir sobre la rentabilidad del activo, si bien entonces necesitaremos prever asimismo el comportamiento de tales factores durante el horizonte de inversión. Una posibilidad consiste en utilizar un modelo univariante de series temporales (por ej., según el enfoque Box-Jenkins), confiando en que dicho modelo capture suficientemente bien la dinámica de la evolución temporal de la rentabilidad a lo largo del horizonte de inversión; otra posibilidad consistiría en utilizar modelos vectoriales autoregresivos (VAR), que incorporasen variables adicionales que puedan influir sobre el precio del activo en cuestión.

- *tampoco el nivel de riesgo del activo es observable,* pero se *identifica riesgo con volatilidad.* Ha sido asimismo tradicional asociar la volatilidad a un momento de segundo orden de la distribución de probabilidad o de frecuencias de una determinada rentabilidad. Así, la identificación entre volatilidad y varianza o, más precisamente, entre volatilidad y desviación típica, es habitual. Por tanto, *la volatilidad se define con respecto a un nivel de referencia,* generalmente la esperanza matemática de la rentabilidad analizada, que es una medida de posición central. Pero hay otras medidas de posición que pueden ser útiles bajo condiciones de asimetría: mediana, moda, percentiles, etc. De hecho, la identificación entre volatilidad y desviación típica no conduce a una medida adecuada del riesgo asumido en la inversión en un determinado activo,

- en la *práctica habitual* se entiende que *el riesgo es una característica relativamente estable* de un activo (en el caso del riesgo específico, no diversificable) o de un mercado (en el caso del riesgo sistemático, diversificable) que puede, por tanto, estimarse a partir de datos históricos, utilizando la

desviación típica de la rentabilidad de un activo. Sin embargo, debemos hacernos varias preguntas: ¿es el nivel de riesgo o de volatilidad estable en el tiempo? ¿deberíamos medir volatilidad sobre períodos relativamente breves de tiempo, obteniendo así una medición numérica que evoluciona de manera más o menos suave?

- el uso que habitualmente se hace de la desviación típica como indicador de volatilidad/riesgo, se fundamenta en el supuesto de Normalidad de la variable cuya volatilidad hemos calculado. Por ejemplo, la varianza estimada en un instante determinado puede utilizarse para construir un intervalo de confianza para los valores que puede tomar la rentabilidad que está siendo objeto de análisis. Sin embargo, la gran mayoría de las rentabilidades de activos financieros no siguen una distribución Normal, con clara evidencia de asimetría y exceso de curtosis.

- si llevamos a cabo una inversión con un determinado horizonte, es habitual considerar que el riesgo asumido viene medido por la varianza de la suma de las variaciones diarias en precio (rentabilidades continuas diarias). Asimismo, es habitual aproximar dicha varianza multiplicando la varianza diaria, supuesta constante, por el número de días contenidos en el horizonte de inversión. Sin embargo, este procedimiento no es correcto si el proceso con el que trabajamos (precios o rentabilidades) presenta autocorrelación, en cuyo caso la varianza no es aditiva temporalmente. Esta práctica conduce a sobre-estimacion (bajo autocorrelación negativa) o sub-estimación (bajo autocorrelación positiva) de la volatilidad de la rentabilidad en estudio. En tal situación, conviene utilizar una estructura temporal de volatilidades (volatilidad como función del horizonte), más que trabajar con una volatilidad constante para todos los plazos de inversión. Esta cuestión será analizada en más detalle más adelante.

Hay varias situaciones en las cuales utilizar la varianza como indicador de riesgo parece especialmente problemático:

- en presencia de una tendencia determinista, el nivel seleccionado como referencia para el comportamiento de la variable, que habitualmente es la media o la mediana muestrales, no será representativo de la evolución de la variable: si la tendencia es creciente, la primera parte de la muestra estará sistemáticamente por debajo de la media, mientras que la segunda parte estará sistemáticamente por encima. El estadístico de posición central no representa ni la primera ni la segunda parte de la muestra. Si calculamos la varianza muestral como indicador de volatilidad en este caso, imputaremos como tal lo que no es sino tendencia, y podríamos llegar a afirmar, erróneamente, que una variable es muy volátil, cuando lo que presenta es una fuerte tendencia determinista. De hecho, la varianza de una variable tendencial puede ser elevada incluso si ésta apenas experimenta fluctuaciones. En presencia de una tendencia lineal, la varianza está midiendo la

tasa de crecimiento; lo sorprendente es que este aspecto, que es positivo si estamos hablando del precio o cotización de un activo, será considerado negativo, al ser imputado como volatilidad y, por tanto, como riesgo asociado a la inversión en el mismo.

- algo similar ocurre en presencia de tendencias estocásticas (es decir, de raíces unitarias), un caso típico de no estacionariedad de variables financieras. En tales procesos la varianza crece con el número de observaciones utilizado en su cálculo, por lo que no tiene sentido hablar de la varianza, pues este momento no está bien definido. Su análogo muestral tiende a infinito si utilizamos en su cálculo un número de observaciones arbitrariamente grande, por lo que no proporciona información acerca del riesgo inherente a la toma de posición en un activo cuyo precio presenta tal comportamiento tendencial. En tal caso, deberíamos trabajar con la primera diferencia de la variable. Si se trata de un precio, su logaritmo presentará las mismas carcterísticas tendenciales, aunque quizá algo más amortiguadas. Su primera diferencia es la rentabilidad del activo, por lo que es muy intuitivo trabajar con esta transformación de la variable original. Este es el caso del comportamiento de los precios en muchos mercados.

- cuando, aun no existiendo tendencia, se ha producido un cambio de nivel en la media. En este caso, la media calculada con toda la muestra no representará ni la primera parte de ella, ni la segunda. Lo que ocurre es que la media ha sido distinta en la primera y segunda submuestras, y deberíamos recoger este hecho. De lo contrario, estaremos imputando como volatilidad lo que no es sino una ruptura en la media de la variable en estudio. Ni la media muestral es representativa de la rentabilidad ofrecida por el activo, ni la varianza muestral es una medida de incertidumbre.

- el último comentario está basado en el hecho de que la varianza mide *toda la fluctuación* que experimenta una variable (sea precio o rentabilidad), y seguramente querremos pensar que el riesgo es sólo una parte (quizá la parte no predecible) de dicha fluctuación (esto será analizado en detalle en la Sección 4.i). Como caso extremo, una función trigonométrica como $y_t = A.sen\left(2\pi\frac{t}{T}\right), t = 1, 2, ..., T$, para una constante A dada, experimenta fluctuaciones de un tamaño arbitrario, determinado por el valor de A, pero son de naturaleza puramente determinista. Ello significa que el valor de y_{t+s} en cualquier período futuro es perfectamente predecible en el instante t. Perfectamente predecible significa que el error de predicción es cero; además, la información muestral disponible en el instante t sería irrelevante, pues no necesitaríamos utilizarla para obtener dicha predicción. Las fluctuaciones en este proceso podrían ser arbitrariamente grandes, pues bastaría para ello con alterar el valor de las constantes. A pesar de que un activo cuyo precios siguiese tal comportamiento, no implicaría riesgo alguno para el inversor, la varianza de dicho proceso podría resultar arbitrariamente grande.

2 Momentos de una distribución de probabilidad

Toda variable aleatoria está caracterizada por su distribución de probabilidad, que no es sino el conjunto de valores posibles de la variable aleatoria, acompañados de sus respectivas probabilidades. El modo en que se representa la distribución de probabilidad depende de que la variable aleatoria en cuestión sea de naturaleza discreta o continua.

Si denotamos por $P(x_i)$ la masa de probabilidad en cada punto x_i del soporte Ω de la distribución de probabilidad de una variable aleatoria X, (conjunto de valores posibles de la variable aleatoria X), y por $f(x_i)$ la función de densidad que la representa, cuando ésta existe (distribuciones de tipo continuo), la esperanza matemática de la variable X se define:

$$E(X) = \mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx;$$

si la medida de probabilidad es continua, o:

$$E(X) = \mu_x = \sum_{x_i} x_i dP(x_i)$$

si la medida de probabilidad es discreta. En este último caso, x_i denota cada uno de los valores posibles de la variable aleatoria X, en número finito o no.

La *mediana* m está definida por el punto del soporte valor numérico para el cual se cumple:

$$\int_{-\infty}^{m} f(x)dx = \frac{1}{2}$$

en el caso de una variable aleatoria o distribución de probabilidad continuas, y:

$$Med(X) = \inf\left\{m \mid \sum_{x_i}^{m} dP(x_i) = \frac{1}{2}\right\}$$

en el caso de una variable discreta. Esta formulación de la definición se debe a que en distribuciones discretas puede aparecer alguna ambigüedad en su cálculo.

La *moda* es el valor más probable de una distribución, es decir, el punto x_M del soporte Ω de la distribución, tal que:

$$P(X = x_M) \geq P(X = x)\ \forall x \in \Omega,$$

La moda puede no ser única. No existen condiciones bajo las cuales la mediana o la moda deban preferirse a la esperanza matemática como medida representativa de la distribución, pero hay que considerar tal posibilidad, dependiendo de las características de la distribución de probabilidad.