PROCESO GESTIÓN DEL TALENTO HUMANO

FORMATO INFORME MENSUAL EJECUCIÓN CONTRACTUAL

Barranquilla, febrero de 2024

Señor(a)
CESAR AUGUSTO VELEZ BETANCOURT
SUPERVISOR(A) CONTRATO No**. 5767668**
Coordinador Metalmecánica Malambo
Metalmecánica Malambo
Barranquilla

Asunto: Informe mensual de ejecución contractual Mes febrero del año 2024

Referencia: No. 5767668 del año 2024

RANDY ENRIQUE OSORIO BARROS, identificado con la cédula de ciudadanía No. 72.248.293 de Barranquilla, en mi calidad de Contratista del SENA, en Metalmecánica Malambo, en cumplimiento del Contrato de Prestación de Servicios de la referencia, a continuación, presento el Informe de actividades realizadas en el mes objeto de cobro.

Valor y forma de Pago: c). un pago correspondiente al mes de febrero de 2024 por valor de (4.423.271). Los honorarios serán pagados por el SENA al contratista de acuerdo al cronograma definido por la Dirección Administrativa y Financiera de la Dirección General, en la cuenta de Ahorros No. 151390309 Banco de Bogotá, cuyo titular es el Contratista.

Plazo: Será hasta el 14 de diciembre de 2024.

OBJETO: Prestar servicios profesionales como instructor para impartir formación profesional titulada y complementaria en el área de Procesos de Manufactura de acuerdo con la programación de la coordinación Sede Metalmecánica Malambo del Centro Nacional Colombo Alemán.

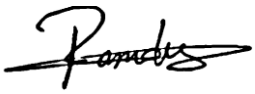
Obligaciones Especificas: (Trascriba las obligaciones específicas del contrato, dentro del siguiente cuadro)

No	Obligaciones	Acciones realizadas	Evidencias
1	Formular proyecto formativo, planeación pedagógica del proyecto y recursos didácticos (Guías de aprendizaje, instrumentos de evaluación y material de apoyo) para el desarrollo de las competencias del programa de formación según lineamientos del procedimiento y guía de desarrollo curricular.	Levantar portafolios en el LMS	SENA TERRITORIUM
2	Realizar el alistamiento de las actividades de aprendizaje a orientar teniendo en cuenta: ambientes, número de aprendices, disponibilidad de equipos, modalidad de formación, y duraciones establecidas en las guías de aprendizaje para el logro de los resultados de aprendizaje del programa.	Planeación pedagógica	Repositorio instructor
3	Realizar las actividades de inducción a los aprendices utilizando el ambiente virtual dispuesto (LMS) acorde a lo establecido en la circular de inducción vigente y guía desarrollo del proceso formativo	Presentaciones y material fotográfico	Repositorio instructor
4	Utilizar herramientas tecnológicas que El SENA brinda para la gestión del aprendizaje y apoyo a los procesos formativos, para organizar y desarrollar actividades de aprendizaje y llevar el registro del portafolio de evidencias.	Presentaciones, correo institucional one drive y share point	Plataforma teams y one drive outlook

Para el trámite de la cuenta me permito adjuntar: Documentos electrónicos enunciados como evidencias del cumplimiento de las obligaciones contractuales y los desplazamientos realizados y el No. 9461289225 de la planilla, operador y periodo. (Decreto Ley 2106 de 2019 – “Decreto Ley Antitrámites”)

Evidencias en (xx) folios

Cordialmente,



RANDY ENRIQUE OSORIO BARROS

Contratista

C.C. No. 72.248.293

Recibí a satisfacción:

CESAR AUGUSTO VELEZ BETANCOURT

Supervisor(a) Contrato 5767668 de 2024

Coordinador Metalmecánica Malambo

1. Los siguientes datos corresponden al total de ventas semanales (en cientos de dólares) de una tienda de accesorios para dama. Construya una tabla completa de distribución de frecuencias agrupadas. ¿Qué concluye?

192.5	192.1	98.7	99.1	99.6
102.3	191.5	93.1	102.8	96.4
102.1	97.8	97.6	95.4	94.2
90.5	103.4	92.9	102.5	97.3
99.8	96.3	113.2	98.5	114.1

Intervalo de clase	Marca de clase	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa acumulada

2. Los siguientes son los números de venados observados en 72 sectores de tierra en un conteo de vida silvestre. Complete la siguiente tabla de distribución de frecuencias.

18	8	9	22	12	16	20	33	15	21	18	13
13	19	0	2	14	17	11	18	16	13	12	6
8	12	13	21	8	11	19	1	14	4	19	16
2	16	11	18	10	28	15	24	8	20	6	7
21	0	16	12	20	17	13	20	10	16	5	10
15	10	16	14	29	17	4	18	21	10	16	9

Intervalo de clase	Marca de clase	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa acumulada

3. La siguiente es la distribución de los pesos de 125 muestras de minerales recolectadas en una investigación de campo.

Intervalo de clase (peso en gramos)	Marca de clase	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa acumulada
0.0 – 19.9		16			
19.9 – 39.9		38			
39.9 – 59.9		35			
59.9 – 79.9		20			
79.9 – 99.9		11			
99.9 – 119.9		4			
119.9 – 139.9		1			

Complete la tabla de frecuencias agrupadas y encuentre cuántas de las muestras pesan:

b. Más de 59.9 gramos.

c. Más de 80.0 gramos.

d. 80.0 gramos o menos.

g. ¿Qué porcentaje pesa menos de 79.9 gramos?

h. ¿Qué porcentaje pesa más 19.9 gramos?

4. La siguiente tabla corresponde a la estatura (en centímetros) de los estudiantes de un grupo de quinto grado. Complete la tabla de frecuencias agrupadas y a partir de este, emita conclusiones.

Estatura (en centímetros)	Número de estudiantes	Frecuencia relativa	Marca de clase	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa acumulada
125 — 129	1				
129 — 133	4				
133 — 137	9				
137 — 141	24				
141 — 145	28				
145 — 149	22				
149 — 153	12				
Total	100				

5. Los siguientes datos representan los ingresos diarios (en miles de pesos) de 20 obreros de cierta compañía.

16, 16, 17, 18, 18, 19, 19, 19, 20, 20, 20, 20, 20, 21, 21, 22, 22, 23, 23, 24.

a. Construya una tabla de frecuencias agrupadas utilizando la fórmula de Sturges.

b. ¿Cuántos obreros tienen un ingreso diario menor de 22?

c. ¿Qué porcentaje de obreros tienen un ingreso diario entre 16 y 19?

6. Los siguientes datos corresponden al tiempo que han necesitado 30 clientes de un banco para llevar a cabo una transacción bancaria:

0.1 0.4 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 2.0 2.5 2.8 2.8 3.1 3.3 3.6 4.1 4.1 4.3 4.6 5.0 5.5 6.4 6.5 7.7 7.3 7.4 8.0 9.5 9.5 10.0

Construya una tabla de frecuencias agrupadas utilizando la fórmula de Sturges y Comente los resultados.

7. La siguiente tabla muestra la distribución de los puntajes obtenidos por los estudiantes de un curso, en una prueba

Puntaje	**Número de estudiantes**
0 - 5	3
6 – 11	3
12 – 17	5
18 – 23	15
24 – 29	4

¿Qué porcentaje de estudiantes obtuvo menos de 12 puntos en la prueba?

A. 80%
B. 20%
C. 30,5%
D. 35%
E. Ninguna de las anteriores

8. Se aplica un test de aptitudes básicas a estudiantes de 7 grado de tres comunas distintas. Los promedios para cada una están tabulados de la siguiente manera:

Comuna	Promedio	N de estudiantes
Sierra bello	72,6	2824
Puerto claro	59,4	427
Angostura	52,1	635

Entonces, el promedio general de la provincia es:

A. $\frac{72,6+59,4+52,1}{2824+427+635}$
B. $\frac{72,6+59,4+52,1}{3}$
C. $\frac{2824+427+635}{3}$
D. $\frac{2824+427+635}{72,6+59,4+52,1}$
E. $\frac{2824* 72,6+427*59,4+635*52,1}{2824+427+635}$

.

TALLER PARA ESTABLECER INDICADORES DE FRECUENCIA EN LOS PROCESOS DE UNA ORGANIZACIÓN.

1. Indicador: # de no conformidades detectadas en el año en los procesos en la organización.
   Objetivo: Determinar que procesos necesitan ser restructurados.

Proceso	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago.	Sep.	Oct	Nov	Dic
Planeación estratégica	1	2	3	4		1		2	1	1	1	
Atención a clientes	4	3	3	3	3		1	2	1	2	4	1
Compras	2	2	1	1	1	1		2	3	3	1	
Mantenimiento	1	3	3	3	1	1	1	1		2	2	1
Recursos humanos	4	1		6		2		6			8	

>= al 20% se restructura el proceso.

2. Completar los datos que faltan en la siguiente **tabla estadística**:

Xi	fi	Fi	ni
1	4		0,08
2	4		
3		16	0,16
4	7		0,14
5	5	28	
6		38	
7	7	45	
8			

3. Se han tomado las notas de un examen de matemáticas de 50 estudiantes:

2,8 3,2 3,8 2,5 2,7 3,7 1,9 2,6 3,5 2,3
3,0 2,6 1,8 3,3 2,9 2,1 3,4 2,8 3,1 3,9
2,9 3,5 3,0 3,1 2,2 3,4 2,5 1,9 3,0 2,9
2,4 3,4 2,0 2,6 3,1 2,3 3,5 2,9 3,0 2,7
2,9 2,8 2,7 3,1 3,0 3,1 2,8 2,6 2,9 3,3

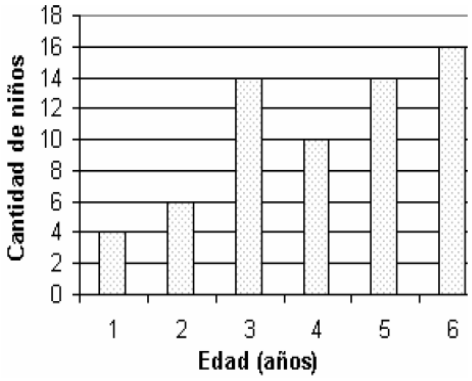
   a. Construye una tabla con los datos agrupados
   b. Determine longitud, marca e intervalo.
   c. Representa gráficamente esta distribución.

1. Si el promedio de las notas finales de un curso de 30 estudiantes es 4,0 y el del otro curso de 20 estudiantes es 5,0. Establezca el promedio de las notas finales de los estudiantes de ambos cursos.
   A. 4,0
   B. 4,4
   C. 4,5
   D. 4,6
   E. 5,0

2. La señora Luisa compró 2 kilos de galleta a $900 cada una y después 3 kilos de otro tipo de galletas a $600 cada uno. ¿cuánto promedian los precios de los kilos de galletas que compró?
   A. 720
   B. 750
   C. 780
   D. 800
   E. 810

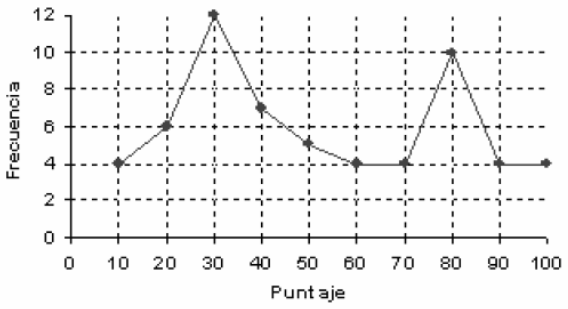
3. El siguiente grafico muestra la cantidad de niños que tienen edades entre 1 y 6 años ¿Cuál es el promedio de edad de la muestra?

   A. 4,075 años
   B. 4,100 años
   C. 4,125 años
   D. 4,150 años
   E. 4,200 años



4. El grafico nos muestra el puntaje obtenido por 60 personas en una prueba, que tiene escala de 1 a 100. ¿Entonces, la moda es?

   A. 10
   B. 12
   C. 30
   D. 55
   E. 60



5. La tabla siguiente muestra los anticipos de 45 operarios de una empresa. ¿Cuál es el intervalo modal de la muestra?

   A. 79 – 79 mil
   B. 80 – 89 mil
   C. 90 – 99 mil
   D. 100 – 110 mil
   E. Ninguna de las anteriores

Adelantos (miles de pesos)	Frecuencia
70 – 79	16
80 – 89	14
90 – 99	10
100 - 110	5

6. Los siguientes datos representan la temperatura del fluido de descarga de una planta para el tratamiento de aguas negras, durante varios días consecutivos

5 8 10 14 15 23 25 28 29 30
30 35 36 40 43 44 44 45 45 46
46 46 47 48 48 49 49 49 49 50
50 50 50 51 51 51 52 53 55 57
60 66 70 72 75 75 84 84 88 94

Establezca la longitud del intervalo, la media, la mediana, la moda, grafique la frecuencia y haga un análisis de la situación.

¿Que son las medidas de tendencia central y para qué sirven?

¿Cuáles son las medidas de tendencia central y como se representan

Desarrolle un ejemplo explicando cada una de las medidas de tendencia central.

1. Dada la distribución siguiente, constrúyase una tabla estadística en la que aparezcan las frecuencias absolutas, las frecuencias relativas y las frecuencias acumuladas:

Xi	1 2 3 4 5 6
n_i	5 7 9 6 7 6

2. Las acciones correctivas levantadas en una serie de procesos en la compañía sunhill, fabricante de paneles solares, se representa de la siguiente manera:

19	17	15	20	23	41	33	21	18	20
18	33	32	29	24	19	18	20	17	22
55	19	22	25	28	30	44	19	20	39

A partir de los datos anteriormente tomados, construya la tabla de frecuencia estableciendo:

a. Determine los intervalos y la amplitud de los intervalos
b. Calcule el valor de la moda, aplicando la formula.
c. Estime la media de los datos presentados.
d. Compare los resultados de los puntos (b) y (c) y comente, cuál de los dos es la mejor medida de tendencia central de estos datos y por qué.

3. La clínica hope health, cree que el exceso de tiempo en la atención a sus pacientes aumenta sus costos operativos. Se cree que un tiempo de atención razonable es de más o menos 30 minutos aproximadamente:

17	32	21	22
29	19	29	34
33	22	28	33
52	29	43	39
44	34	30	41

A partir de los datos anteriormente tomados en minutos, determine la mediana de los datos y concluya si ha habido exceso de tiempo en la atención y que conclusión podría sacar al respecto.

4. En un laboratorio de análisis físico químico de aguas, se ha identificado varias quejas por confiabilidad en los resultados durante el año 2014, de la siguiente manera:

Meses del año	# de quejas mes
Enero	4
Febrero	6
Marzo	8
Abril	6
Mayo	2
Junio	2
Julio	4
Agosto	6
Septiembre	8
Octubre	5
Noviembre	4
Diciembre	5

A partir de los datos recopilados, determine:

1. Diseñe el grafico (histograma) a partir de la frecuencia relativa de los datos.
2. En qué meses se dio más del 50% de las quejas y más del 70% de las quejas.
3. Identifique la mediana.

5. A continuación presentamos las pruebas de control de calidad y ensayo de 28 equipos térmicos que fueron probados durante 1 semana.

Días	**Frecuencia**
0 - 1	2
1 - 2	4
2 - 3	6
3 - 4	7
4 - 5	5
5 – 6	3
6 – 7	1

Se desea que las medidas utilizadas sean reflejo, tanto como sea posible, de los datos que aportan.

a. Calcule la media del conjunto de datos.
b. Calcule la moda del conjunto de datos.
c. Calcule la mediana del conjunto de datos.
d. Seleccione la respuesta entre los resultados a), b) y c) que mejor refleje la tendencia central de los datos y justifique su elección.

Profesor: Guillermo Corbacho
gcorbach@uc.cl

ESTADÍSTICA

Datos Agrupados

El presente trabajo es una recopilación, en su muy amplia mayoría, de ejercicios PSU propuestos –de los cuáles muchas veces el alumno se desazona ante el hecho de no saber resolverlos. Es por ello que he preferido no solo resolverlos a modo de chequeo visual, sino que también explicarlos por escrito, con el respectivo desarrollo. De este modo, se pretende ayudar -a modo de consulta- a internalizar los contenidos que van participando en cada solución.
Este trabajo está ideado también para ser consultado por profesores, dado que, según mi experiencia personal, la preparación en la universidad ha sido más orientada a las matemáticas superiores en lugar de las necesidades prácticas de la educación básica y media. Como sería esta el trabajar directamente en sus contenidos, elaborar guías e instrumentos de evaluación, desde los primeros semestres de la carrera, de manera conjunta y graduada con los estudios superiores.

Para su presentación, he subdividido los ejercicios según su enunciado en los siguientes temas, por orden de complejidad.

I. Datos tabulados en tablas
i.1. Lectura e Interpretación de Tablas
i.2. Datos tabulados con ejercicios de probabilidad

II. Datos tabulados gráficamente
ii.1. Lectura e Interpretación de Gráficos

III. Ejercicios sin presentación de tablas ni gráficos en el enunciado
iii.1. Lectura e Interpretación de datos no tabulados ni graficados

IV. Medidas de Tendencia Central
iv.1. Promedios Ponderados
iv.1.2. Promedios Ponderados con Porcentajes
iv.1.3 Promedios Ponderados con Marcas de Clase
iv.2. Moda
iv.2.2. Moda combinados con Media
iv.3. Mediana
iv.3.2. Medianas con otras medidas de tendencia central
iv.4. Ejercicios con todas las medidas de tendencia central

V. Medidas de Dispersión
v.1. Desviación Media
v.2. Desviación Típica

VI. Medidas de Dispersión con Tendencia Central
vi.1. Ejercicios de Desviación con medidas de Tendencia Central

I. Datos tabulados

I.1. ***Lectura e Interpretación de Tablas***

1. La siguiente tabla muestra la distribución de los puntajes obtenidos por los alumnos de un curso, en una prueba.

Puntaje	**nº de alumnos**
0-5	3
6-11	3
12-17	5
18-23	15
24-29	4

¿Qué porcentaje de los alumnos del curso obtuvo menos de 12 puntos en la prueba?

A) 80 %
B) 20 %
C) 30,5 %
D) 35 %
E) ninguna de las anteriores.

Solución:

- Las dos primeras filas después de la columna "Puntaje" nos indica la cantidad de alumnos con puntaje menor o igual a 5 y 11 respectivamente. O dicho de otra manera, los puntajes inferiores a 6 y 12.

Cada una de estas dos filas (que en su conjunto tienen son los puntajes inferiores a 12) tiene 3 alumnos, los que sumados, nos dan **6** casos.

- Y para obtener el porcentaje de alumnos, se forma la razón entre el número de alumnos con menos de 12 puntos, respecto del **total** de alumnos considerados (incluidos los de menos de 12 puntos nuevamente, pues forman parte del total).

Y el total de alumnos viene dado por la suma del nº de alumnos de todas las filas de la columna de la derecha. Obviamente porque las encabeza tal titulo "nº de alumnos".

Y dicha suma resulta **30**.

El porcentaje de alumnos viene dado entonces, por la razón entre 6 y 30, multiplicada esta a su vez por 100%.

$\frac{6}{3\cancel{0}} \cdot 10\cancel{0}\%$ /simplificando un "cero" (por 10) del numerador, con otro del "denominador".

$= \frac{6}{3} \cdot 10\%$ /realizando la división.

$= 3 \cdot 10\%$ / y finalmente, efectuamos la multiplicación que se pide

$= 20\%$

La alternativa correcta es B).

2. Se aplica una prueba especial a un grupo de 12 alumnos de 4° medio. Los resultados contenidos están representados en la tabla de frecuencia que muestra la figura. ¿Qué porcentaje de los alumnos obtuvo nota mayor o igual a 4?
   A) 25%
   B) 45%
   C) 75%
   D) 55%
   E) Ninguna de las anteriores.

Nota	**Frec.**
[1,2[	0
[2,3[	1
[3,4[	2
[4,5[	3
[5,6[	4
[6,7]	2
Total	12

Solución:

- Las filas de la columna de la izquierda, esto es, "nota", nos muestra que las últimas tres (antes de llegar a total), contiene los grupos alumnos con notas igual o superior a 4. Para saber cuántos son, sumamos las frecuencias que estas tienen a su derecha: 3 + 4 + 2 = 9
- y todos los casos posibles -total de alumnos encuestados – son 12, según se desprende del valor indicado al costado de la fila total.

Pues bien, al igual que en el caso anterior. El porcentaje viene dado por la razón entre los casos que cumplen lo pedido, respecto del total de casos considerados (entiendase por total no solo del resto, esto es, se consideran nuevamente los alumnos que cumplen lo pedido) y a tal razón, se le multiplica por 100%. Veamos:

$$\frac{9}{12} \bullet 100\%$$

Simplificando 9 y 12 por 3, nos queda :

$$= \frac{3}{4} \bullet 100\%$$

simplificando 100 y 4 por 4, nos queda :

$$= \frac{3}{1} \bullet 25\%$$

$$= 75\%$$

La alternativa correcta es C).

3. Una empresa de ensayo de materiales aplica fuerzas de compresión sobre bloques de hormigón para determinar bajo qué condiciones sufren daño. La tabla indica la forma en que se llevó adelante el análisis.

Fuerza (kN)	1,0 – 1,1	1,2 – 1,3	1,4 – 1,5	1,6 – 1,7	1,8 – 1,9	2,0 – 2,1
Nº de bloques	8	27	45	59	31	10

El número de bloques analizados fue:
   A) 8 + 27 + 45 + 59 + 31 + 10
   B) (8 + 27 + 45 + 59 + 31 + 10)/6
   C) 1 + 1,1 + 1,2 + 1,3 + 1,4 + 1,5 + 1,6 + 1,7 + 1,8 + 1,9 + 2,0 + 2,1
   D) 120
   E) Ninguna de las anteriores.

Solución:
El número de bloques analizados está dado por la suma de las frecuencias o nº de bloques de cada intervalo:
8 + 27 + 45 + 59 + 31 + 10.
Alternativa A).

4. ¿Qué porcentaje de los encuestados prefiere el té tipo P?

Marcas de té	Preferencia
P	20
Q	10
R	15
S	0
T	5

A) 50%
B) 40%
C) 30%
D) 20%
E) Ninguna de las anteriores

Solución:

% pedido = P(té=P) • 100 % donde $P(té = P) = \frac{\text{nº preferencias del té marca P}}{\text{nº de todos los entrevistados}}$

$$= \frac{20}{50} \bullet 100\% = 40\%$$

Alternativa B).

5. Se realiza una encuesta a una muestra de vecinos de cierta comuna para evaluar la calidad del servicio de extracción de basura domiciliaria, generándose la siguiente información:

Evaluación	%
Muy Bueno	17,4
Bueno	37,6
Regular	29,5
Malo	8,5
Muy Malo	7,0
Total	100

De acuerdo a esta información, ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

A) El 15,5% de los vecinos opina que el servicio es Malo o Muy Malo.
B) El 37,6% de los vecinos encuestados opinaron que el servicio en cuestión es Bueno.
C) Para un 17,4% de la muestra encuestada, el servicio resultó ser Muy Bueno.
D) Menos de la mitad de los vecinos opina que el servicio va de Regular a Muy Malo.
E) El 29,5% de los encuestados opinó que el servicio es Regular o Malo.

Solución:
Analicemos cada una de las alternativas:
El porcentaje de vecinos que opina que el servicio es Malo o Muy Malo es
8,5% + 7,0% = 15,5% la alternativa A) es verdadera.

Consultando la tabla, se verifica directamente que B) y C) son verdaderas.
El porcentaje que opina que el servicio va de Regular a Muy Malo es
29,5% + 8,5% = 38% la alternativa D) es verdadera.

Por descarte, la alternativa que es FALSA debe ser E).

6. La tabla muestra la frecuencia de los intervalos de notas de un examen en un liceo de la IV región:

Intervalo	[1, 2[	[2, 3[	[3, 4[	[4, 5[	[5, 6[	[6, 7]
Frecuencia	1	3	8	13	10	5

El % de los alumnos que aprobaron el examen es

A) 70% C) 65% E) 35%
B) 75% D) 30%

Solución:
Para manejar porcentajes debemos saber cuánto es el 100% de la población de estudiantes del liceo. Para ello debemos sumar las frecuencias de cada intervalo.
total de estudiantes = 1 + 3 + 8 + 13 + 10 + 5 = 40.

Necesitamos también obtener la cantidad de alumnos que aprobaron el examen –para obtener su porcentaje respecto del total–. La obtención de esta cantidad de alumnos se obtiene sumando la frecuencia de los intervalos con notas igual o superior a 4.
nº aprobados = 13 + 10 + 5 = 28.

El % de aprobados se obtiene de:

$$\frac{\text{nº de aprobados}}{\text{total de estudiantes}} \cdot 100\% = \frac{28}{40} \cdot 100\% = \frac{7}{10} \cdot 100\% = \frac{7}{1} \cdot 10\% = 70\%$$

Alternativa A).

7. En una empresa industrial se ha registrado el tiempo, en minutos, que los operarios emplean en realizar el ensamblaje de una parte de un electrodoméstico. Con tal información se ha construido la tabla adjunta.
De dicha tabla se concluye correctamente que:

A) El 30% de los operarios emplean menos de 30 minutos en el ensamblaje.
B) El 25% de los operarios emplean 40 o más minutos en realizar el ensamblaje.
C) 17 operarios emplearon más de 35 minutos en el ensamblaje.
D) El 25% de los operarios emplearon 34 minutos en el ensamblaje.
E) A lo menos, la mitad de los operarios emplean media hora en el ensamblaje.

Tiempo (min.)	nº de casos
25 – 29	3
30 – 34	10
35 – 39	17
40 – 44	6
45 – 49	4

Solución:
Analicemos cada una de las alternativas.
El total de operarios es 3 + 10 + 17 + 6 + 4 = 40.

- Los operarios que emplean menos de 30 minutos en el ensamblaje son 3. Los cuáles representan del total el $\frac{3}{40} \cdot 100\% = \frac{3}{4} \cdot 10\% = 7,5\%$.

A) es falsa.

- Los operarios que emplean más de 40 minutos son 6 + 4 = 10. Los cuáles representan al $\frac{10}{40} \cdot 100\% = \frac{1}{4} \cdot 100\% = 25\%$.

B) es verdadera.
Por lo tanto, B) es la alternativa buscada.

8. En cierto tramo de una carretera se ha medido la velocidad, en Km/h, de una muestra de vehículos que transitaban por allí después de las 20 horas. Con los datos obtenidos se construyó la tabla siguiente.

Tiempo (min.)	Nº de casos
60 – 69,9	3
70 – 79,9	12
80 – 89,9	18
90 – 99,9	7

De la tabla es posible derivar que en la muestra:

A) El 30% de los vehículos transitaba a menos de 70 Km/h.
B) El 20% de los vehículos transitaba a más de 90 Km/h.
C) El 62,5% de los vehículos transitaba a lo menos a 80 Km/h.
D) El 70% de los vehículos transitaba entre 70 y 90 Km/h.
E) La mayoría de los vehículos transitaba a menos de 80 Km/h.

Solución:

Analicemos cada una de las alternativas. Ante de hacerlo, debemos percatarnos que para tratar con porcentajes, debemos tener primero el 100% de los casos. Para lo cuál sumamos todos ellos.

n = 3 + 12 + 18 + 7 = 40

- Son 3 vehículos de un total de 40, menos del 30%. A) es falsa.
- Los vehículos que transitan a más de 90 Km. representan el $\frac{7}{40} \bullet 100\% = \frac{7}{4} \bullet 10\% = 17,5\%$.
- Los vehículos que transitan a lo menos a 80 Km. significa que esa es su velocidad mínima.

El número es 18 + 7 = 25. Lo que representa el $\frac{25}{40} \bullet 100\% = 25 \bullet 2,5\% = 62,5\%$

La alternativa correcta es C).

9. Se hace un estudio de mercado para testear la aceptación de un nuevo helado de frutilla. Los resultados separados por sexo, se muestran en la tabla adjunta:
¿Cuál de las siguientes afirmaciones acerca del caso es falsa?

		Niños	Niñas
¿Le gustó?	Sí	48	32
	No	27	28

A) Al 64% de las niñas les gustó el helado.
B) El 60% de los que no gustaron del nuevo helado, son niños.
C) El 14,4% de los encuestados son niñas que no les gustó el helado.
D) Al 80% de los encuestados les gustó el nuevo helado.
E) El 40% de los encuestados son niñas.

Solución:

Como vamos a manejar porcentajes, conviene saber la cantidad de niñas y niños testeados.

		Niños	Niñas	Total
¿Le gustó?	Sí	48	32	80
	No	27	28	55
	Total	75	60	135

Ahora vamos a analizar cada alternativa:

- Las niñas a quienes le agradó el helado fueron 32 de 60, los que representan el $\frac{32}{60} \bullet 100\% = \frac{32}{6} \bullet 10 = \frac{16}{3} \bullet 10 = 5,\overline{3} \bullet 10 = 53,\overline{3}$

La alternativa A) es falsa, siendo la alternativa buscada.

10. Cierto estudio orientado a determinar el uso de Internet contempló una encuesta a 250 personas. Sobre la información presentada en la tabla de abajo se afirma que:

I) El 87,5% de los hombres de la muestra no son usuarios de Internet.
II) El 40% de los usuarios de Internet de la muestra son mujeres.
III) El 12% de la muestra son usuarios de Internet.

Género	Usuarios de Internet		TOTAL
	Sí	No	
Hombre	18	126	144
Mujer	12	94	106
TOTAL	30	220	250

Es (son) verdadera(s):

A) Sólo II.
B) Sólo III.
C) Sólo I y II.
D) Sólo II y III.
E) I, II y III.

Solución:

Analicemos cada una de las afirmaciones:

I. El porcentaje de hombres de la muestra que no son usuarios de internet es $\frac{126}{144}\bullet 100\% = \frac{63}{72}\bullet 100\% = \frac{63}{9}\bullet 12,5\% = 7\bullet 12,5\% = 87,5\%$

II. Las mujeres representan el $\frac{12}{30}\bullet 100\% = \frac{12}{3}\bullet 10\% = 4\bullet 10\% = 40\%$

III. El porcentaje de usuarios de la muestra, que son usuarios de internet es:

$\frac{30}{250}\bullet 100\% = \frac{3}{25}\bullet 100\% = 3\bullet 4\% = 12\%$ Luego, I, II y III son correctas.

Alternativa E).

11. La tabla de la derecha muestra el registro de personas aquejadas de cierta enfermedad, y si ellas habían mejorado o no con los medicamentos A y B.

¿Cuáles de las siguientes aseveraciones es (son) correcta(s)?

I: El 30% de los que tomaron medicamento B, mejoraron.
II: De los que no mejoraron, el 62,5% había tomado medicamento A.
III: Del total de sujetos investigados en la tabla, el 37,5% mejoró usando el A.

	Medicamento		TOTAL
	A	B	
Mejoró	45	35	80
No mejoró	25	15	40
TOTAL	70	50	120

A) Sólo III
B) Sólo I y II
C) Sólo II y III
D) Sólo I y III
E) I, II y III

Solución:

Analicemos cada una de las alternativas.

- **Miramos la columna titulada por Medicamente B.** Los que lo tomaron y se mejoraron fueron 35, de un total de 50. La razón entre ambos números multiplicado por 100% nos da el %. Como a continuación se ilustra:

$\frac{35}{5\cancel{0}}\bullet 10\cancel{0}\% = 7\bullet 10\% = 70\%$ Por lo tanto, I) es falsa.

- **Miramos la fila titulada por No mejoraron.** Ella nos indica que 25 tomaron el medicamento A, de un total de 40. El porcentaje viene dado por:

$\frac{25}{4\cancel{0}}\bullet 10\cancel{0} = \frac{25}{4}\bullet 10 = \frac{250}{4} = 62,5\%$ Por lo tanto, II) es correcta.

- 45 personas tomaron el medicamento A, de un total de 120 investigados. Los que representan el $\frac{45}{12\cancel{0}}\bullet 10\cancel{0}\% = \frac{45}{12}\bullet 10\% = \frac{45}{6\cancel{12}}\bullet \cancel{10}^{5}\% = \frac{225}{6}\% = 37,5\%$ III) es correcta.

Así, sólo II) y III) son correctas. Alternativa C).

12. Un estudio realizado con una muestra aleatoria de personas mayores de 18 años, se orientó a preguntar a los encuestados si estaban o no inscritos en el Registro Electoral. Clasificados por edad, el número de casos se muestra en la siguiente tabla:

¿Está ud. inscrito para votar?	Edad (años)			Total
	18 a 29	30 a 44	45 y más	
Sí	26	99	35	160
No	24	12	4	40
Total	50	111	39	200

Entonces:
A) De los encuestados entre 18 y 29 años, el 48% está inscrito para votar.
B) Entre los que no están inscritos para votar, el 60% son mayores de 30 años.
C) Del total de encuestados, el 80,5% tiene 29 años o menos de edad.
D) De los que están inscritos para votar, el 62% tiene 30 o más de años de edad.
E) Del total de encuestados, el 67% está inscrito para votar y tiene a lo menos 30 años.

Solución:
Analicemos cada una de las alternativas.

A). El porcentaje de inscritos para votar entre 18 y 19 años es $\frac{26}{50} \bullet 100\% = 26 \bullet 2 = 52\%$.
Por lo tanto, A) es falsa.

B). De entre los 40 no inscritos, los mayores de 30 años son: 12 + 4 = 16. Representando un $\frac{16}{40} \bullet 100 = \frac{4}{10} \bullet 100 = 4 \bullet 10 = 40\%$.
Por lo tanto, B) es falsa.

C). El total de encuestados menores de 30 años son: 50 de un total de 200.
Lo que representa una cuarta parte, esto es, un 25%.
Por lo tanto, C) es falsa.

D). Los inscritos que tienen 30 o más años son: 99 + 35 = 134. Representan, de un total de 160 inscritos para votar, el:
$\frac{134}{160} \bullet 100\% = \frac{134}{16} \bullet 10\% = \frac{134}{8} \bullet 5\% = \frac{670\%}{8} = 83{,}75\%$
Por lo tanto, D) es falsa.

E). Del total de 200 personas encuestadas, 99 + 35 = 134 tienen más de 30 años y están inscritos, representado un $\frac{134}{200} \bullet 100\% = \frac{134}{2}\% = 67\%$
Por lo tanto, E) es verdadera.

I.2. ***Datos tabulados con ejercicios de probabilidad***

13. Para estimar la probabilidad de que una ampolleta salga defectuosa se realiza el experimento de probar 1.000 ampolletas en grupos o lotes de 200. Los resultados se consignan en la siguiente tabla.

Lotes	ampolletas defectuosas	frecuencia acumulada
1º	10	10
2º	11	21
3º	7	28
4º	4	32
5º	12	44

La probabilidad de que al sacar una ampolleta al azar, esta sea defectuosa es:

A) 3% B) 1,2% C) 44% D) 4,4% E) 12%

Solución:

Lo único que interesa es la cantidad de ampolletas defectuosas del total de ampolletas pedidas. Lo que se observa al final de la frecuencia acumulada. La probabilidad pedida es

$p = \frac{44}{1000} = \frac{4,4}{100} = 4,4\%$.

Alternativa D).

14. Las personas seleccionadas en un concurso de conocimiento presentan una distribución porcentual de sus edades tal como se muestra en la tabla.

%	Edad
5	16
25	17
35	18
20	19
10	20
5	Más de 20

¿Cuál es probabilidad de escoger al azar a una persona menor de 19 años?

A) $\frac{13}{20}$
B) $\frac{15}{20}$
C) $\frac{10}{19}$
D) $\frac{7}{20}$
E) Ninguna de las anteriores.

Solución:

La probabilidad de un suceso es equivale a la distribución porcentual del mismo.

Así, mirando la tabla,

$$P(x_i < 19 \text{ años}) = P(16 \text{ años}) + P(17 \text{ años}) + P(18 \text{ años})$$
$$= 5\% + 25\% + 35\%$$
$$= 65\%$$
$$= \frac{65}{100} \quad \text{y simplificando por 5...}$$
$$= \frac{13}{20}$$

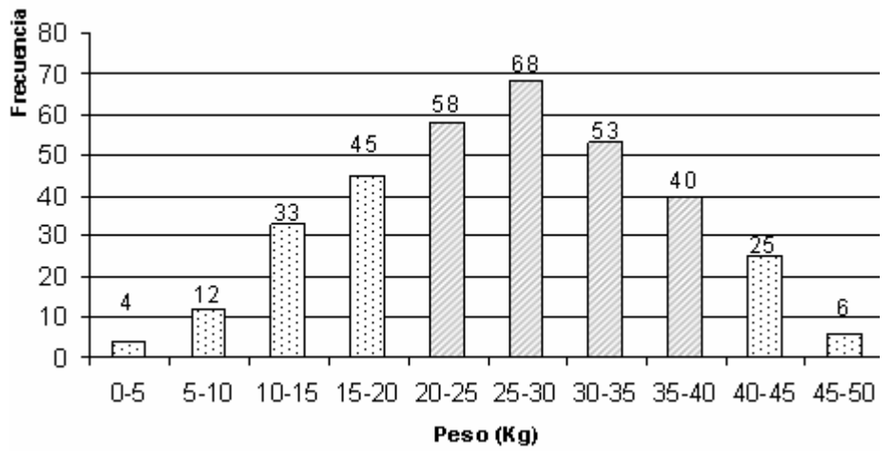
Alternativa A).

15. Una empresa de transporte lleva un registro de las masas (Kg.) de las encomiendas enviadas. Se ha construido la siguiente tabla de frecuencias, la que no tiene variaciones significativas respecto a meses anteriores.
Entonces, la probabilidad que se envíe un paquete cuyo peso esté entre 20 Kg. y 40 Kg. es:

Masa (Kg.)	Encomiendas
$0 \le x < 5$	4
$5 \le x < 10$	12
$10 \le x < 15$	33
$15 \le x < 20$	45
$20 \le x < 25$	58
$25 \le x < 30$	68
$30 \le x < 35$	53
$35 \le x < 40$	40
$40 \le x < 45$	25
$45 \le x < 50$	6
Total	344

A) $58 + 68 + 53 + 40$
B) $\dfrac{22,5 + 27,5 + 32,5 + 37,5}{344}$
C) Entre 60% y 65%
D) Mayor que 35%, pero menor que 50%.
E) Ninguna de las anteriores.

Solución:
Aunque no es necesario graficar la información, esta se presenta a continuación:



Los casos favorables a enviar un paquete con una masa igual o superior a los 20 Kg. pero inferior a los 40 Kg. son 58 + 68 + 53 + 40 = 219.
Los casos totales vienen dados por el total de paquetes o encomiendas, esto es 344.
La probabilidad viene dada por:

$$P\{20\,\text{kg} \le \text{masa} \le 40\,\text{kg}\} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos totales}} = \frac{58 + 68 + 53 + 40}{344} = \frac{219}{344} \approx 0,636$$

Alternativa C).

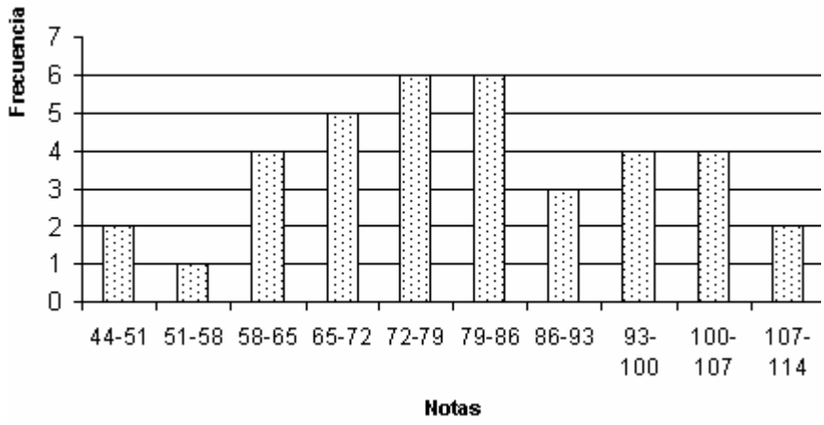
Aunque la siguiente observación es un tema de la Física, debe diferenciarse entre masa y peso. La unidad de medida de masa es el kilogramo [Kg.], mientras que el del peso es el Newton [N].

II. Datos tabulados gráficamente

II.1. ***Lectura e Interpretación de Gráficos***

16. Se ordenan las notas obtenidas por alumnos de un curso, siendo posible construir una tabla de frecuencias, tal como se muestra a continuación:

Notas	Frecuencia
44-51	2
51-58	1
58-65	4
65-72	5
72-79	6
79-86	6
86-93	3
93-100	5
100-107	4
107-114	2
Total	38



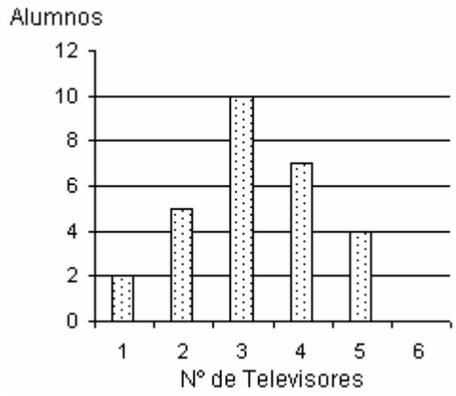
En la información del respectivo histograma de la derecha, se ha cometido un error en la altura de la barra que corresponde al intervalo:

A) $51 \leq N < 58$ C) $79 \leq N < 86$ E) $107 \leq N < 114$
B) $65 \leq N < 72$ D) $93 \leq N < 100$

Solución
De acuerdo a la tabla de frecuencias, las calificaciones en el intervalo 93 – 100 es 5, pero el gráfico de barras –llamado también histograma– indica solo 4 en tal intervalo.
Alternativa D).

17. El gráfico de la figura representa el número de televisores que tienen en su casa los alumnos de un curso. De acuerdo con esta información, el total de alumnos del curso es

A) 29
B) 28
C) 27
D) 15
E) 14

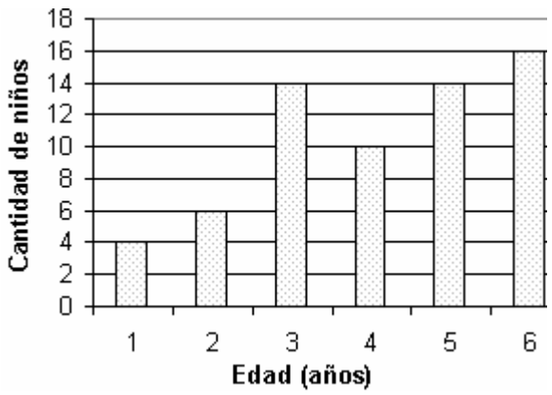


Solución:
Aunque no es necesario para saber la cantidad de alumnos del curso, vamos a tabular la información. (Basta con sumar los valores asociados a las alturas de cada barra, que resulta ser: 2 + 5 + 10 + 7 + 4 + 0 = 28)

N° de televisores (x_i)	N° de alumnos (f_i)
1	2
2	5
3	10
4	7
5	4
6	0
Total	$n = \sum_{i=1}^{6} f_i = 2+5+10+7+4+0 = 28$

Alternativa B).

18. El siguiente gráfico muestra la cantidad (f_i) de niños que tienen edades entre 1 y 6 años, atendidos durante los seis primeros días del mes en un consultorio. Determina el número de niños de tal muestra:

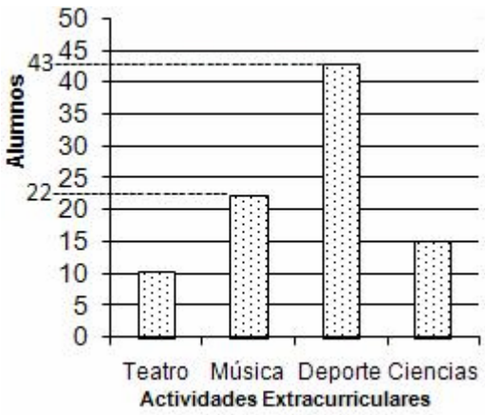


A) 61
B) 62
C) 63
D) 64
E) 65

Solución:
Nuevamente, no es necesario tabular la información gráfica para determinar el número de niños. Siempre que nos pidan el total de una muestra, basta con sumar los valores asociados a las alturas de cada barra.
En este caso resulta ser:
4 + 6 + 14 + 10 + 14 + 16 = 64.
Alternativa D).

Edad	Nº de niños (f_i)
1	4
2	6
3	14
4	10
5	14
6	16
Total	$n=\sum_{i=1}^{6} f_i = 4+6+14+10+14+16=64$

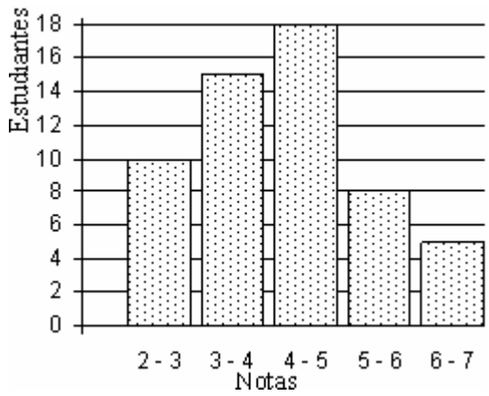
19. El grafico muestra la preferencia de un grupo de alumnos acerca de las actividades extracurriculares que prefieren. Según esto, ¿cuántos alumnos se encuestaron?



A) 43
B) 76
C) 19
D) 22
E) 90

Solución:
La cantidad de alumnos viene dada por la suma de los números a los cuales se refieren las alturas de las barras. Es decir: 10 + 22 + 43 + 15 = 90
Alternativa E).

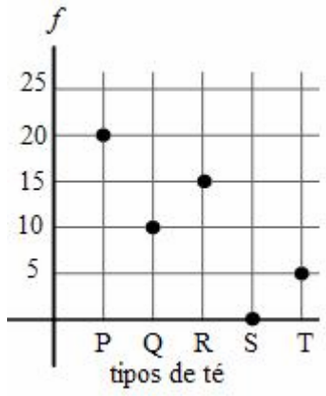
20. Las frecuencias de notas de los estudiantes de un curso universitario está representado por el histograma adjunto. Se puede afirmar que el número de estudiantes del curso es:



A) 18
B) 56
C) 52
D) 20 + 45 + 72 + 40 + 30
E) Ninguna de las anteriores.

Solución:
El número de estudiantes viene dado por la suma de frecuencias de cada barra.
estudiantes = 10 + 15 + 18 + 8 + 5 = 56
Alternativa B).

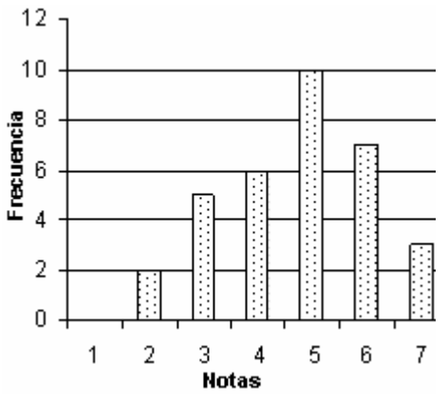
21. En un supermercado se realiza una encuesta sobre las preferencias de 5 tipos de té:
P, Q, R, S y T.
De acuerdo a la gráfica de frecuencias, ¿Cuál fue el total de personas encuestadas?



A) 20
B) 30
C) 40
D) 50
E) Ninguna de las anteriores.

Solución:
El total de personas encuestadas viene dado por la suma de las frecuencias que se hallan marcadas sobre cada uno de los tipos de té en la figura. Ello debido a que dichas frecuencias implican las preferencias votadas por los encuestados.
Así que, Nº Personas = 20 +10 + 15 + 0 + 5 = 50. Alternativa D).

22. El siguiente histograma presenta las notas de un control de matemáticas de un curso. ¿Qué porcentaje de alumnos tiene nota < 4?



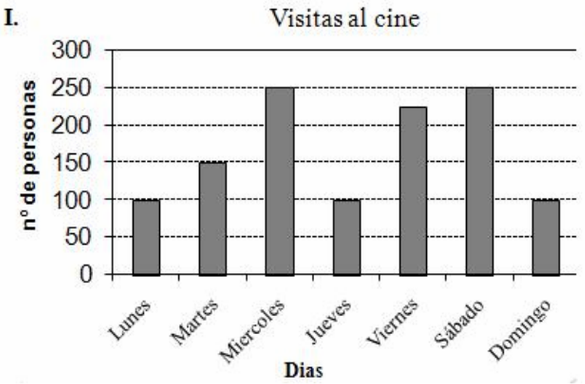
A) 7,0 %
B) $33,\overline{3}\,\%$
C) $23,\overline{3}\ \%$
D) $21,\overline{21}\,\%$
E) 21,0 %

Solución:
Los casos favorables a las notas ≤ 4 quedan determinados por las frecuencias de las tres primeras barras: 0 + 2 + 5 = 7
La cantidad total de alumnos está dada por la suma de las frecuencias de todas las barras:
0 + 2 + 5 + 6 + 10 + 7 + 3 = 33
El porcentaje viene dada por $\frac{\text{casos favorables}}{\text{casos totales}} \bullet 100\% = \frac{7}{33} \bullet 100\% = 7 \bullet 3,\overline{03}\% = 21,\overline{21}\%$
Alternativa D).

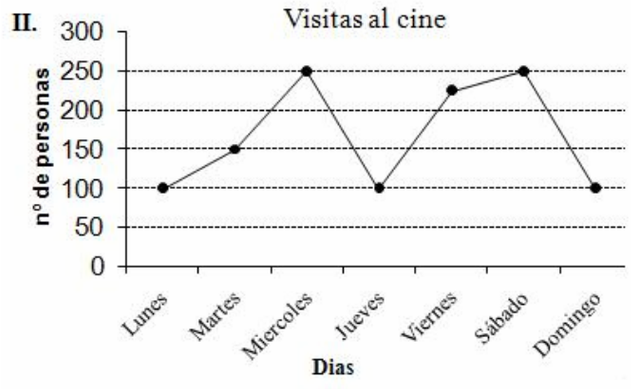
23. La siguiente tabla muestra la distribución de personas que asistieron a un determinado cine en una semana. ¿Cuál(es) de los siguientes gráficos representan la información resumida en la tabla?

Nº de personas	100	150	200	100	225	200	100
Días de la semana	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo

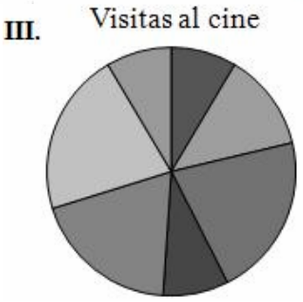
I.



II.



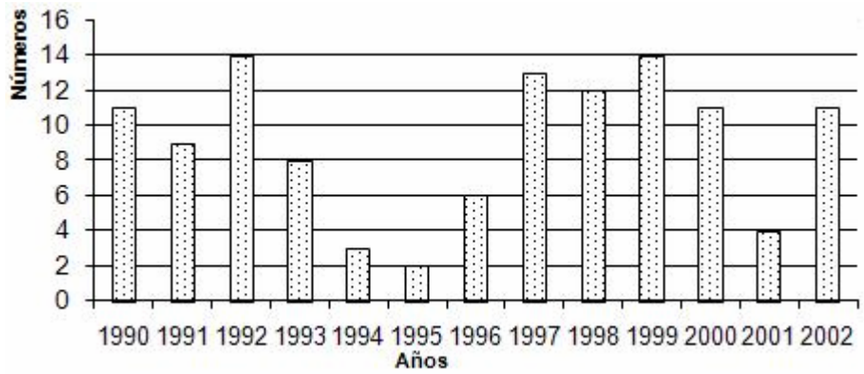
III.



A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) I y II
E) I, II y III

Solución:
Analizando cada gráfico:
En I se observa claramente que todas las alturas de las barras –días de semana– tienen exacta correspondencia con el número de personas que visitan el cine según lo indica la tabla. El gráfico I) está correcto.
En el 2 tenemos un polígono de frecuencias. El cuál siempre consiste en la unión de los *puntos medios* de un posible gráfico de barras –como en I, pero prescindiendo de sus barras. Los puntos medios deben corresponder a las frecuencias indicadas respectivamente en la tabla. Lo que ocurre. El gráfico II) está correcto.
En el III, aunque hay divisiones de áreas en el, no se da información de a que corresponden. Por lo tanto, el gráfico III) no está correcto.
Así, sólo I y II cumplen con lo pedido.
Alternativa D).

24. El siguiente gráfico muestra la cantidad de preemergencia registradas en Santiago entre el año 1990 y el año 2002.



De acuerdo a la información que resume el gráfico ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

A) Los años en los cuales se registraron la mayor cantidad de preemergencia fueron los años 1999 y 1992.
B) El año 1990, 2000 y 2002 se registraron la misma cantidad de preemergencias.
C) El año 1995 fue el año que se registraron menos preemergencias.
D) La cantidad de preemergencias que se registraron hasta el año 1995 es menor que la cantidad de preemergencias que se registraron desde al año 1996 al año 2002.
E) La cantidad de preemergencia que se registraron el año 1992 y 1993 es igual a la cantidad de preemergencias que se registraron en el año 2001 y 1999.

Solución:

Analizando la veracidad de cada alternativa en el gráfico:

A) La altura de las barras correspondientes a los años 1992 y 1999 son iguales entre sí y mayores que las de los otros años, las que indican que tuvieron mayor número de casos de preemergencias. A) es verdadera.

B) La altura de las barras correspondientes a los años 1990, 2000 y 2002 son iguales entre sí, los que indican tuvieron igual número de casos de preemergencias. B) es verdadera.

C) La altura correspondiente al año 1995 es menor a las asociadas a los otros años, lo que nos indica que es a su vez la correspondiente al del menor caso de preemergencias. C) es verdadera.

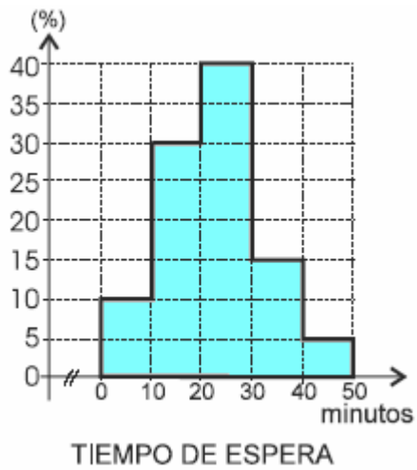
D) Nos queda buscar la alternativa falsa en D) y en E). Como la alternativa D) requiere un mayor cálculo, veremos inmediatamente si la alternativa E) es verdadera o no y por descartes obtendremos la respuesta falsa que se pide.

E) Aquí solo debemos sumar los números indicados por dos pares de barras. También podemos notar que, dado que las barras de 1992 y 1999 son iguales, nos basta comparar las barras de 1993 y 2001. Dicha comparación nos indica que tienen alturas distintas y por tanto si sumamos (no es necesario) a cada una de ellas el número indicado por el de la barra 1992 y 1999, respectivamente, obtendríamos sumas distintas. 22 y 18.

Por tanto, E) es falsa y es la alternativa buscada.

25. En una muestra de personas que concurrió a una oficina municipal, el tiempo de espera para ser atendidos se distribuye de acuerdo al gráfico de la figura:

I: El 10% de estas personas esperaron para ser atendidas menos de 10 minutos.
II: Lo más que esperaron estas personas antes de ser atendidas fue entre 20 y 30 minutos.
III: El 20% de las personas esperaron a lo menos media hora antes de ser atendidas.



TIEMPO DE ESPERA

Es (son) verdadera(s):

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) Sólo II y III

Solución:

Analicemos cada alternativa.

Aunque no es necesario, vamos a tabular la información gráfica.

tiempo de espera	porcentaje (%)
0 – 10	10
10 – 20	30
20 – 30	40
30 – 40	15
40 – 50	5
Total	100

- Del gráfico y de la tabla posterior, se muestra que el 10% de la población esperó menos de para ser atendida.

Por lo tanto, I) es correcta.

- La segunda aseveración es bastante pilla. El gráfico muestra que el mayor porcentaje de la población tiene un tiempo de espera comprendido entre los 20 y 30 minutos. Pero la segunda aseveración indica que las personas no esperan más de 20 a 30 minutos, lo cuál no es cierto, pues hay quienes esperan hasta 50 minutos.

II) es falsa.

- Hay que sumar el porcentaje de personas que esperaron más de 30 minutos. Este porcentaje viene dado por la suma de las frecuencias de los intervalos que tienen más de 30 minutos: 15 + 5 = 20%.

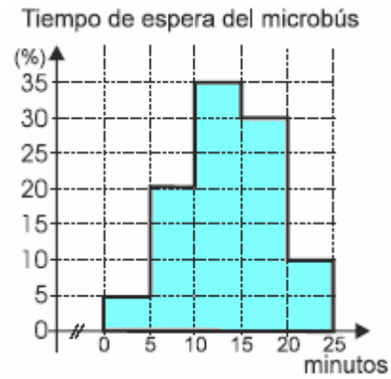
III) es correcta.

Luego, I) y III) son correctas.

Alternativa D).

Aunque el siguiente encabezado es parecido al ejercicio anterior, es un ejercicio diferente.

26. En una muestra de personas seleccionadas al azar, se ha registrado el tiempo de espera del microbús en un día cualquiera. Este tiempo, en minutos, se distribuye de acuerdo al gráfico de la figura.



I: El 10% de estas personas esperaron el microbús a lo menos 25 minutos.
II: La mayoría de las personas esperaron el microbús entre 10 y 20 minutos.
III: La cuarta parte de las personas esperaron el microbús a lo más 10 minutos.

Es (son) correcta(s):

A) Sólo II
B) Sólo III
C) I y II
D) II y III
E) I, II y III

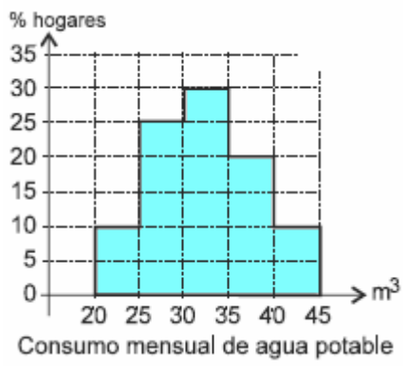
Solución:

Analicemos cada una de las alternativas.

I. Esperar a lo menos 25 minutos significa que es el tiempo mínimo de espera. El gráfico muestra que no hay porcentaje de la población que espera más de tal tiempo. Por lo tanto, I) es falsa.
II. El gráfico muestra que el mayor porcentaje de la población espera el microbús entre 10 y 15 minutos, seguido de quienes esperan de tal tiempo hasta los 20 minutos. Por lo tanto, II) es verdadera.
III. Esperar la micro a lo más 10 minutos significa que no superan tal tiempo de espera. El gráfico indica que el porcentaje de quienes se hallan en tal situación es: 5 + 20 = 25%. Por lo tanto, III) es verdadera.

La alternativa es D).

27. El gráfico de la figura muestra el consumo mensual de agua potable (m3) en una muestra de hogares de la región metropolitana. A partir del gráfico se afirma que, en la muestra:



I: Los hogares que más consumen, gastan entre 30 y 35 m^3 de agua en el mes.
II: El 35% de los hogares gastaron entre 20 y 30 m^3 de agua en el mes.
III: Entre 35 y 40% de los hogares gastaron 15 m^3 de agua en el mes.

Es (son) correcta (s):

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo II y III

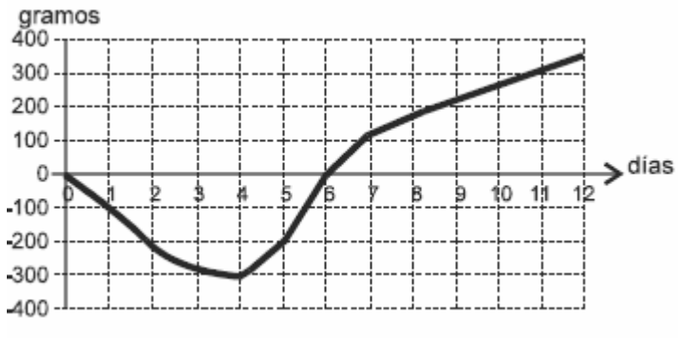
Solución:

Analicemos cada una de las alternativas.

I. El gráfico muestra una mayor frecuencia de consumo entre 30 y 35 m^3.
II. Para manejar el porcentaje de hogares que representa a quienes consumen entre 20 y 30 m^3 debemos conocer primero la cantidad de hogares que fueron entrevistados.
La cantidad de hogares cuyo consumo está entre 20 y 30 m^3 se desprende de lo que indica la altura de sus barras en el gráfico: 10 + 25 = 35.
Como no tenemos 100 hogares entrevistados, estos 35 hogares no representan el 35%.
III. El gráfico muestra que no hubo hogares que consumieron 15 m^3.

Solo I) es correcta. Alternativa A).

28. El gráfico de la figura muestra la variación de masa, en gramos, de los primeros 12 días de vida de un recién nacido, cuyo peso al nacer fue de 3,5 Kg. Sobre la base de dicha información se afirma del recién nacido que:



I: Al sexto día masaba lo mismo que al nacer.
II: Al cuarto día comenzó a subir de masa.
III: Bajó de masa hasta el cuarto día.

Es (son) verdadera (s):

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo II y III
E) I, II y III

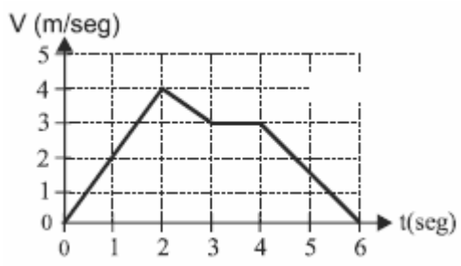
Solución:

Analicemos cada una de las alternativas:

I. El gráfico muestra que al sexto día no hay diferencia en el peso respecto de cuando nació. Por lo tanto, I) es verdadera.
II. Aún cuando el peso es inferior respecto de cuando nació, la curva comienza a ascender a partir del cuarto día, lo que significa que el peso comienza a subir a partir de tal día. Por lo tanto, II) es verdadera.
III. Lo que se desprende del gráfico y algo se comentó anteriormente, los tres primeros días bajó su peso para a partir del cuarto día revertir tal situación. Por lo tanto, III) es falsa.

Así, I) y II) son verdaderas.
Alternativa C).

29. La figura muestra la velocidad de un objeto, en [m/s], en función del tiempo.
Sobre la base de esta información se afirma que:



I: Entre los 3 y 4 seg., el objeto estuvo detenido.
II: La velocidad máxima que desarrolló el objeto es de 2 m/seg.
III: En los dos últimos segundos, el objeto disminuyó su velocidad hasta detenerse.

Es (son) verdadera(s):

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y III
E) Sólo II y III

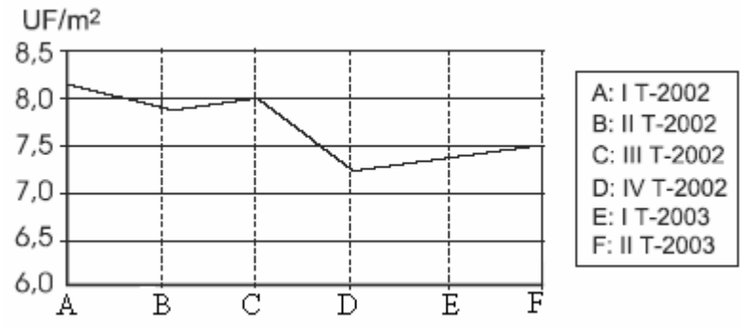
Solución:

Analicemos cada una de las alternativas.

I. El gráfico muestra que entre los 3 y 4 [s] el objeto mantiene una velocidad de 3 [m/s]. Por lo tanto, I) es falsa.
II. El gráfico muestra que la mayor velocidad alcanzada –lectura que hay que hacer en dirección vertical–, logró ser de 4 [m/s]. Que ello sea logrado tras 2 [s] de emprendido el vuelo es otra cosa. Por lo tanto, II) es falsa.
III. Los dos últimos segundos registrados ocurren entre los 4 y 6 segundos de emprendido el vuelo. En tal intervalo de tiempo se observa una curva descendente, por lo que el objeto disminuye su velocidad hasta 0 [m/s], es decir, hasta detenerse. III) es verdadera.

Como solo III) es verdadera, la alternativa correcta es C).

30. El gráfico muestra la evolución del valor, en UF, del metro cuadrado de terreno en un sector industrial, entre el 1er trimestre 2002 y el 2º trimestre 2003. Sobre la base de esta información se afirma que:



I: El menor valor del metro cuadrado se dio en el cuarto trimestre del 2002.
II: Entre el primer y el segundo trimestre del 2002, el valor de los terrenos aumentó.
III: El mayor valor se presentó en el tercer trimestre del 2002.

Es (son) verdadera (s):

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo I y III

Solución:

Analicemos cada una de las alternativas.

I. La curva muestra su nivel más bajo en D, que conforme a la leyenda del gráfico ubicado a su derecha, representa al cuarto trimestre del 2002. I) Es verdadera.

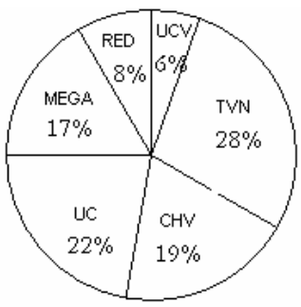
II. Entre A y B que representa el primer y segundo trimestre del 2002 respectivamente, la curva va en descenso, razón por la cuál, el valor de los terrenos disminuyó. II) Es falsa.

III. El mayor valor es representado por el punto más alto de la curva, el cuál se sitúa sobre el primer trimestre. Por lo que III) también es falsa.

Solo I) es verdadera. Alternativa A).

31. El gráfico muestra las preferencias en los canales de televisión de un grupo de personas. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es(son) falsas?

A) El 50% prefiere TVN o UC.
B) El 25% prefiere UC o UCV.
C) El 15% (aprox.) prefiere RED y UCV.
D) El 60% prefiere a UC. TVN o CHV.
E) Ninguna de las anteriores.



Solución:

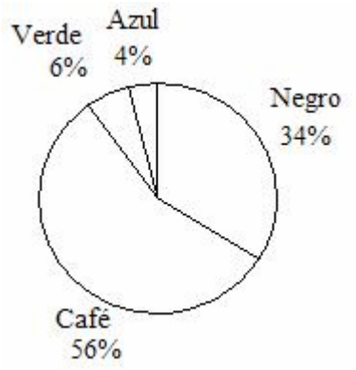
Analicemos cada una de las alternativas.

- El porcentaje que prefiere TVN o UC es igual a 28% + 22% = 50%.
  A) es verdadera.

- El porcentaje que prefiere UC o UCV es igual a 22% + 6% = 28%.
  B) es falsa.

Por lo tanto, B) es la alternativa buscada.

32. El gráfico de la figura indica el color de ojos de los recién en una clínica durante el último año.



Respecto de la muestra se afirma que:

I) El 10% resultó con ojos verdes o azules.
II) El 66% no tiene los ojos negros.
III) Más de la mitad resultó con ojos café.

Es(son) verdadera(s):

A) Sólo III.
B) Sólo I y II.
C) Sólo I y III.
D) Sólo II y III.
E) I, II y III

Solución:

Analicemos cada afirmación:

I. La suma de los porcentajes de los recién nacidos con ojos verdes o azules es 6% + 4% = 10%.
Es verdadera.

II. El porcentaje de quienes no tienen ojos negros es:
100% - Porcentaje de quienes sí tienen ojos negros = 100% - 34% = 66%.
Es verdadera.

III. El 56% de recién nacidos con ojos café. Por lo tanto, III. Es verdadera.

Luego, la alternativa correcta es E).

33. Se quiere construir un gráfico circular a partir de los datos de la siguiente tabla.
¿Cuál debiera ser la medida del ángulo correspondiente al intervalo [153,5 – 158,5[?

A) 45º
B) 30º
C) 20º
D) 12,5º
E) 8º

Estaturas	nº de alumnos
148,5 – 153,5	1
153,5 – 158,5	5
158,5 – 163,5	11
163,5 – 168,5	14
168,5 – 173,5	6
173,5 – 178,5	3

Solución:

El sector circular que le corresponde a cada intervalo es proporcional a su respectiva frecuencia, respecto del total.

El número de alumnos cuyas estaturas están en el intervalo [153,5 – 158,5[son: 5.

Y el total de alumnos: 1 + 5 + 11 + 14 + 6 + 3 = 40

Luego, formamos la proporción, teniendo presente que al total de alumnos (40) le corresponde el total de los grados (360º) de un gráfico circular, como sigue:

Nº de alumnos	grados
40	360º
5	x

$\Rightarrow 4\not{0}x = 5 \bullet 36\not{0}^{\circ}$ /donde se ha simplificando por 10 a ambos lados de la igualdad

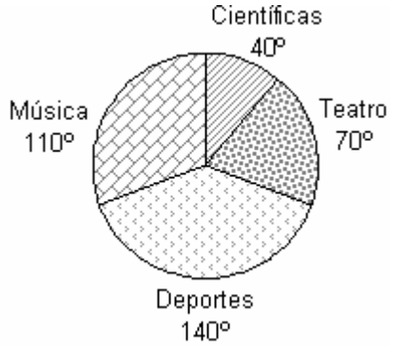
$\Rightarrow \not{4}^{1}x = 5 \bullet \not{36}^{9^{\circ}}$ /donde se ha simplificando por 4 a ambos lados de la igualdad

$\Rightarrow \quad x = 5 \bullet 9^{\circ}$

$\Rightarrow \quad x = 45^{\circ}$

Alternativa A).

34. En el gráfico circular se muestra la distribución de 36 alumnos en actividades extra-programáticas. Aquellos que participan en teatro son:



A) 20
B) 11
C) 4
D) 7
E) 14

Solución:
Por medio de una proporcionalidad directa:

grados	alumnos
360	36
70	x

$$360 \bullet x = 70 \bullet 36$$

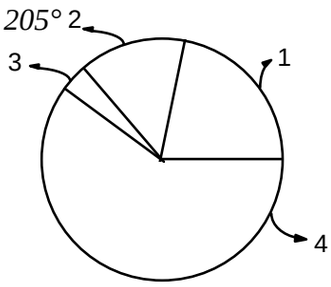
$$x = \frac{70 \bullet 36}{360} = \frac{7 \bullet 36}{36} = 7$$

Alternativa D).

Otra forma:
Alguien puede percatarse que la relación entre el número de alumnos y los grados del gráfico es de 1 es 10. Pues son 36 alumnos y 360º. Por lo tanto, cada 10º grados se representa a un alumno. Si los que prefieren teatro ocupan 70º en el gráfico circular, entonces representan a 7 alumnos.
Alternativa D).

35. Se ha realizado una encuesta en cierto sector de Santiago. Los resultados obtenidos están representados en un gráfico circular. Si 18 personas optaron por la opción 3, entonces ¿Cuántas personas eligieron la opción 4?

Datos: *Sector 1 = 80°; Sector 2 = 70°; Sector 3 = 5°; Sector 4 = 205°*



A) 738
B) 1286
C) 250
D) 286
E) Ninguna de las anteriores.

Solución:
Utilizando proporcionalidad directa:

Grados	nº personas
5	18
205	x

$$\Rightarrow 5x = 205 \bullet 18$$

$$x = \frac{205 \bullet 18}{5}$$

$$= 41 \bullet 18$$

$$= 738$$

Alternativa A).

36. En un gráfico circular, el 45% del total de los casos queda representado por un sector, cuyo ángulo central mide:
    A) 12,5º
    B) 25º
    C) 45º
    D) 90º
    E) 162º

Solución:
Los grados de un gráfico circular se reparten de manera directamente proporcional al porcentaje de casos. Por lo tanto, usando proporcionalidad directa:

Grados	% Casos
360º	100%
x	45%

$$\Rightarrow x \bullet 100\% = 360^{o} \bullet 45\%$$

$$x = \frac{360^{o} \bullet 45\%}{100\%} \quad /\text{simplificando por } 10.$$

$$= \frac{36^{o}\,45}{10} \quad /\text{simplificando por } 5.$$

$$= \frac{36^{o} \bullet 9}{2} \quad /\text{simplificando por } 2.$$

$$= 18^{o} \bullet 9$$

$$= 162^{o}$$

Alternativa E).

37. De un total de 150 personas, un 30% dice haber salido del país. Si dicha respuesta se desea representar en un gráfico circular, ¿cuántos grados medirá el ángulo que corresponda al porcentaje de personas que dice haber salido del país?
    A) 30º
    B) 108º
    C) 120º
    D) 352º
    E) 330º

Solución:
Pese a que es una pregunta estadística, al igual que en el caso anterior, su solución se prevé a través de una proporcionalidad directa. Es decir, hay que identificar la proporción cuando esta se presenta.

Personas	grados
150	360^{o}
30% de 150	x

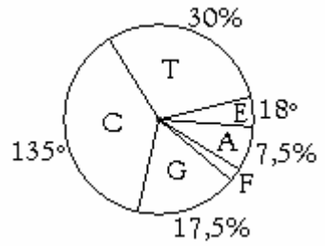
$$\frac{150}{30\%\ \text{de}\ 150} = \frac{360^{o}}{x} \qquad /\text{donde } 30\%\ \text{de}\ 150 = \frac{3\cancel{0}}{1\cancel{0}\,\cancel{0}} \bullet 15\cancel{0} = 3 \bullet 15$$

$$\frac{150}{3 \bullet 15} = \frac{360^{o}}{x} \Rightarrow 15\cancel{0} \bullet x = 3 \bullet 15 \bullet 36\cancel{0}^{o} \quad /\text{simplificando por } 10 \text{ a ambos lados}$$

$$x = \frac{3 \bullet \cancel{15} \bullet 36^{o}}{\cancel{15}} = 108^{o}$$

Alternativa B)

38. El siguiente gráfico muestra las preferencias de un grupo de alumnos por los ramos electivos: Álgebra(A); Cálculo (C); Estadística (E), Geometría (G); Trigonometría (T) y Física (F). Si 9 alumnos prefieren Física.
¿Cuántos prefirieron Cálculo?
A) 150
B) 145
C) 140
D) 135
E) 130



Solución:
Determinemos la cantidad de grados asociados a Física.
La cantidad de grados que se declaran en el grafico son:

$$\underbrace{135\% + 18\%}_{153\%} + \text{El } 30\% \text{ de } 360^\circ + \underbrace{7{,}5\% + 17{,}5\%}_{25\%}$$

$$= 153^\circ + \frac{30}{100} \bullet 360^\circ + \frac{25}{100} \bullet 360^\circ$$

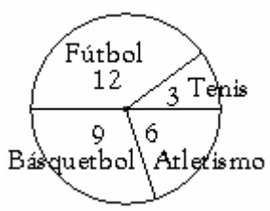
$$= 153^\circ + 3 \bullet 36^\circ + \frac{1}{4} \bullet 360^\circ$$

$$= 153^\circ + 108^\circ + 90^\circ$$

$$= 351^\circ$$

La cantidad de grados faltantes, corresponden a la preferencia de Física:
$360^\circ - 351^\circ = 9^\circ$.
Son 9° para representar a 9 alumnos de Física. De aquí notamos la relación: 1° por alumno.
Por lo tanto, la asignatura de Cálculo tiene 135°, los que representan a 135 alumnos que la prefirieron.
Alternativa D).

39. El gráfico muestra las preferencias de 30 personas en actividades deportivas. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) correcta(s)?
I. La frecuencia relativa porcentual del grupo de fútbol es de 40%.
II. La frecuencia relativa porcentual del grupo de básquetbol es de 30%.
III. La mitad del grupo no prefirió fútbol ni tenis.
A) Solo I.
B) Solo II.
C) Solo III.
D) Solo I y II.
E) Todas.



Solución:
Analicemos cada alternativa:
I. La frecuencia relativa porcentual del grupo que prefirió fútbol es
$\frac{12}{30} \bullet 100\% = 40\%$ I. es verdadera.
II. La frecuencia relativa porcentual del grupo que prefirió básquetbol es
$\frac{9}{30} \bullet 100\% = 30\%$ II. Es verdadera.
III. 15 alumnos, la mitad de los entrevistados, no prefirió fútbol ni tenis.
III. Es verdadera.
Por lo tanto, I), II) y III) son verdaderas.
Alternativa E).

III. Ejercicios sin presentación de tablas ni gráficos en el enunciado

III.1. ***Lectura e Interpretación de Datos, no tabulados ni graficados en el enunciado***

En ningún caso hay confundir este ítem de ejercicios, con el hecho de que no podamos nosotros efectuar una tabla o gráfico aclaratorio, al momento de intentar resolverlo. Pues si podemos valernos de ellos...hay que hacerlo.

40. Según una información del INE (Instituto nacional de Estadísticas), actualmente en Chile, 25 de cada 1.000 habitantes cursa estudios universitarios. Si Chile tiene 15 millones de habitantes, con la información del INE, es posible afirmar que actualmente, en el país:
    A) Cursan estudios universitarios unos 40.000 habitantes.
    B) 375.000 habitantes cursan estudios universitarios.
    C) Quince mil habitantes cursan estudios universitarios
    D) 600.000 habitantes cursan estudios universitarios.
    E) Menos de 300.000 habitantes han estudiado en la universidad.

    Solución:
    El presente ejercicio se resuelve usando una simple proporción directa:

Cursan estudios superiores	Habitantes
25	1.000
x	15.000.000

    Efectuando la igualdad de razones respectiva y posteriormente el producto cruzado, obtendremos:

$$\frac{25}{x} = \frac{1.\cancel{000}}{15.000.\cancel{000}}$$ /simplificando "los ceros"

$25 \bullet 15.000 = x$ /efectuando el producto cruzado

$375.000 = x$

    Alternativa B).

41. Una casa comercial segmenta a sus clientes según sexo (hombre - mujer) y edad (mayores de 30 años - menores de 30 años), pudiendo construir la siguiente información:
    - El 67% son hombres.
    - El 35% son mayores de 30 años.
    - El 13% son mujeres mayores de 30 años.

    ¿Qué % de los clientes de esta empresa son mujeres menores de 30 años?
    A) 20%
    B) 45%
    C) 22 %
    D) 13%
    E) 32%

    Solución:
    Para resolver este ejercicio se vale de una tabla, en la cual se vaciará la información entregada.

		SEXO		TOTAL
		Hombre	Mujer	
Edad	Mayor de 30 años.		13%	35%
	Menor de 30 años.			
TOTAL		67%		100%

Por diferencias entre la fila del total (100%) podemos obtener el valor faltante de la última fila. Mientras que también por deferencias con el total (35%), podemos completar la primera fila.
Posteriormente, las celdas de las columnas y filas interiores pueden ser obtenidas por diferencias con la misma columna. Los sufijos entre paréntesis indican el orden en que se puede rellenar la información en la tabla:

		SEXO		TOTAL
		Hombre	Mujer	
Edad	Mayor de 30 años.	22% (inmediatamente)	13%	35%
	Menor de 30 años.	45% (después)	**20%** (después)	65% (inmediatamente)
TOTAL		67%	33% (inmediatamente)	100%

La celda sombreada con el número 20 en rojo representa el % de mujeres menores de 30 años.
Alternativa A).

IV. Medidas de Tendencia Central

IV.1. *Ejercicios de Promedios Ponderados*

42. Se aplicó un test de aptitudes básicas a estudiantes de 7º básico de tres comunas distintas. Los promedios para cada una están tabulados como sigue:

Comuna	Promedio	Nº estudiantes
Sierra Bello	72,6	2824
Puerto Claro	59,4	427
Angostura	52,1	635

Entonces el promedio general de la provincia es:

A) $\frac{72,6+59,4+52,1}{2.824+427+635}$

B) $\frac{72,6+59,4+52,1}{3}$

C) $\frac{2.824+427+635}{3}$

D) $\frac{2.824}{72,6}+\frac{427}{59,4}+\frac{635}{52,1}$

E) $\frac{2.824\bullet 72,6+427\bullet 59,4+635\bullet 52,1}{2.824+427+635}$

Solución:
El promedio de la provincia es ponderado y por definición viene dado por:

$$\bar{x}=\sum\frac{x_i\,f_i}{n}=\frac{72,6\bullet 2.824+59,4\bullet 427+52,1\bullet 635}{2.824+427+635}$$

Alternativa E).

43. Si el promedio de las notas finales de un curso de 30 alumnos es 4,0 y el de otro curso de 20 alumnos es 5,0, entonces, el promedio de las notas finales de los alumnos de ambos cursos es

A) 4,0
B) 4,4
C) 4,5
D) 4,6
E) 5,0

Solución:
Aunque no es necesario tabular la información, si es necesario darse cuenta que se trata de un promedio ponderado.

Notas (x_i)	*Alumnos (f_i)*
4	30
5	20

El promedio general de ambos cursos lo encontramos usando el promedio ponderado:

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i\bullet f_i}{\sum f_i}=\frac{4\bullet 30+5\bullet 20}{30+20}=\frac{120+100}{50}=\frac{22\not{0}}{5\not{0}}=4,4$$

Alternativa B).

44. De una muestra de 12 alumnos del 4º F, se obtuvo la siguiente tabla de frecuencias referida a sus promedios en matemática. ¿Cuál es la media?

$\bar{x}$	f_i
6	2
5	2
7	5
3	3

A) 6,5
B) 6
C) 5,5
D) 5
E) Ninguna de los valores anteriores.

Solución:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{6 \bullet 2 + 5 \bullet 2 + 7 \bullet 5 + 3 \bullet 3}{12} = \frac{12 + 10 + 35 + 9}{12} = \frac{66}{12} = 5,5$$

Alternativa C).

45. La señora Luisa compró dos kilos de galletas a $900 cada uno y después tres kilos de otro tipo de galletas a $600 cada uno. ¿Cuánto promedian los precios de los kilos de galletas que compró? La información se adjunta en la tabla.

A) $720
B) $750
C) $780
D) $800
E) $810

Solución:
El promedio es ponderado y viene dado por

Precio (x_i)	*nºs de kilos que se compra* (f_i)
$900	2
$600	3

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{2 \bullet \$900 + 3 \bullet \$600}{\text{nº total de kilos que compró}} = \frac{\$1800 + \$1800}{2 + 3} = \frac{\$3600}{5} = \$720$$

Alternativa A).

46. Un pescador artesanal vuelve de la mar con 5 corvinas, 15 pescadas y 30 jureles. Las corvinas las vendió a $1.000 cada una, las pescadas a 3 en $1.000 y los jureles a $200 cada uno. ¿Cuál es el precio medio de venta por pescado?

A) $511
B) $320
C) $405
D) $733
E) $350

Solución:
Se trata de un promedio ponderado. Antes hay que notar que de las 15 pescadas, logra formar 5 ventas a $1.000 cada una.
Y por otra parte, son 50 pescados -entre las distintas especies- los que trae de la mar en total.
Así, el promedio ponderado de venta por pescado es:

$$\bar{x} = \frac{5 \bullet \$1.000 + 5 \bullet \$1.000 + 30 \bullet \$200}{50} = \frac{\$5.000 + \$5.000 + \$6.000}{50} = \frac{\$16.000}{50} = \$320$$

Alternativa B).

47. En una industria trabajan, por medio tiempo: 10 empleadas de servicio que ganan $95.000 mensuales cada una; 4 guardias que ganan mensualmente $135.000 cada uno y un supervisor de planta que gana $340.000 mensuales. La media mensual de los sueldos de medio tiempo indicados es:
    A) $ 122.000
    B) $ 190.000
    C) $ 315.000
    D) $ 610.000
    E) Ninguna de las anteriores.

    Solución:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{95.000 \bullet 10 + 135.000 \bullet 4 + 340.000 \bullet 1}{10 + 4 + 1} = \frac{950.000 + 540.000 + 340.000}{15}$$

$$= \frac{1.830.000}{15} = \$122.000$$

    La alternativa correcta es la letra A).

48. En una pequeña empresa hay 20 operarios y 5 empleados administrativos. Los operarios tienen un sueldo promedio mensual de $180 mil, mientras que los empleados un promedio de $160 mil. ¿Cuál es el sueldo promedio de los 25 trabajadores de esta empresa?
    A) $176 mil
    B) $136 mil
    C) $164 mil
    D) $172 mil
    E) $170 mil

    Solución:
    El promedio es ponderado y viene dado por:

$$\bar{x} = \frac{20 \bullet \$180.000 + 5 \bullet \$160.000}{20 + 5} = \frac{\$3.600.000 + 800.000}{25} = \frac{\$4.400.000}{25} = \$176.000$$

    Alternativa A).

49. En una escuela trabajan 10 profesores que ganan $290.000 cada uno al mes; 2 secretarias que ganan mensualmente $200.000 cada una; 1 inspector y 1 director que ganan $400.000 y $500.000, respectivamente, cada mes. Por lo tanto, la media mensual de los sueldos es:
    A) $250.000
    B) $300.000
    C) $350.000
    D) $400.000
    E) $450.000

    Solución:
    Se trata de un promedio ponderado.

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot \$290.000 + 2 \cdot \$200.000 + \$400.000 + \$500.000}{14}$$

$$= \frac{\$2.900.000 + \$400.000 + \$400.000 + \$500.000}{14}$$

$$= \frac{\$4.200.000}{14}$$

$$= \$300.000$$

    Alternativa B).

50. En un sector de una empresa trabajan 80 empleados cuyo sueldo promedio es de $620.000 mensuales. Si *x* empleados ganan $500.000 y el resto $900.000, entonces una ecuación para calcular *x* es:
    A) $5x + 9(80 – x) = 8 \cdot 62$
    B) $5x + 8(80 – x) = 9 \cdot 62$
    C) $8x + 6x(80 – x) = 9 \cdot 5$
    D) $9x + 5(80 – x) = 8 \cdot 62$
    E) $62x + 8(80 – x) = 9 \cdot 5$

    Solución

$$\bar{x} = 620.000$$

$$\frac{\sum x_i \cdot f_i}{n} = 620.000$$

Donde x_i son los grupos de sueldo;
f_i los empleados de cada grupo;
n = 80 número total de empleados.

$$\frac{500.000 \cdot x + 900.000(80 - x)}{80} = 620.000$$

$$500.000 \cdot x + 900.000(80 - x) = 80 \cdot 620.000$$

    Factorizamos por 100.000 y simplificamos por tal cantidad a cada lado de la igualdad.

$$100.000\,[5x + 9(80 - x)] = 100.000(8 \cdot 62) \qquad / \cdot \frac{1}{100.000}$$

$$5x + 9(80 - x) = 8 \cdot 62$$

    La respuesta es A).

51. Se han obtenido los siguientes datos al realizar un estudio sobre el consumo diario de leche por familia en un tercer año básico.
De acuerdo a la tabla el consumo promedio de leche en las familias de los estudiantes del curso es:

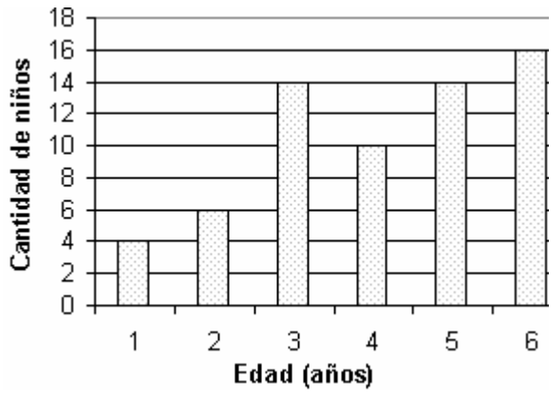
A) 0,35 Lt
B) 4 Lt
C) 12 Lt
D) 1,95 Lt
E) Ninguna de los anteriores.

Consumo de leche en litros	Nº de familias
0	2
1	12
2	14
3	10
4	2

Solución:
Si llamamos L al promedio de consumo semanal de leche del conjunto de familias encuestadas, $\bar{x} = \frac{0\bullet 2+1\bullet 12+2\bullet 14+3\bullet 10+4\bullet 2}{2+12+14+10+2} = \frac{12+28+30+8}{40} = 1{,}95$ Lt
La opción correcta es D).

52. El siguiente gráfico muestra la cantidad (f_i) de niños que tienen edades entre 1 y 6 años. ¿Cuál es el promedio de edad de la muestra?

A) 4,075 años
B) 4,100 años
C) 4,125 años
D) 4,150 años
E) 4,200 años



Solución:
Para datos agrupados,

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

Edad	f_i	$x_i f_i$
1	4	4
2	6	12
3	14	42
4	10	40
5	14	70
6	16	96
	$n = \sum f_i = 64$	$\sum x_i f_i = 264$

Así:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{264}{64} = 4{,}125$$

Alternativa C).

Observación:
Podíamos haber inducido el cálculo del promedio ponderado usando directamente el grafico, saltándonos la elaboración de la tabla, de la manera siguiente:
El numerador de la formula de anterior corresponde a la suma de los productos del número de cada base en la barra del gráfico, con el número vertical asociado a su respectiva altura.
Esto es,

$$\begin{aligned}\sum x_i f_i &= 1\bullet 4+2\bullet 6+3\bullet 14+4\bullet 10+5\bullet 14+6\bullet 16\\ &= 4+12+42+40+70+96\\ &= 264\end{aligned}$$

Y el denominador es solo la suma de las alturas de las barras:

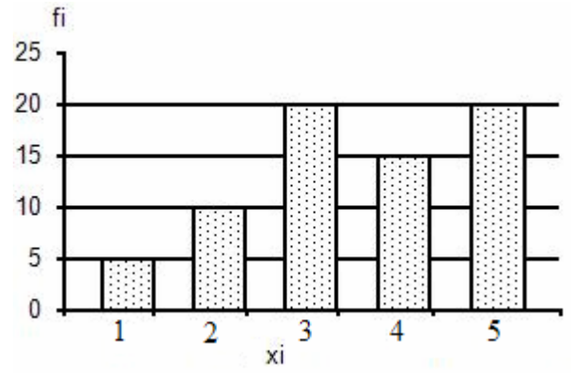
$$\sum f_i = 4+6+14+10+14+16 = 64$$

Así, finalmente:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{264}{64} = 4{,}125 \text{ años}$$

Alternativa C)

53. La media aritmética de los datos representados en el gráfico es:



A) 2
B) 2,5
C) 3
D) 3,5
E) Ninguna de las anteriores.

Solución:

La fórmula de una media aritmética o promedio ponderado -en el caso de datos agrupados y variable discreta, esto es, no clasificados en intervalos con valores continuos, viene dada por:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

Podemos inducir el cálculo del promedio ponderado sin la elaboración de una tabla, del modo que se indicó en el ejercicio anterior.

El numerador de la expresión de arriba, corresponde a la suma de los productos del número de cada base en la barra, con el número vertical asociado a su respectiva altura.

Esto es,

$$\begin{aligned}\sum x_i f_i &= 1\bullet 5 + 2\bullet 10 + 3\bullet 20 + 4\bullet 15 + 5\bullet 20 \\ &= 5 + 20 + 60 + 60 + 100 \\ &= 245\end{aligned}$$

Y el denominador es solo la suma de las alturas de las barras:

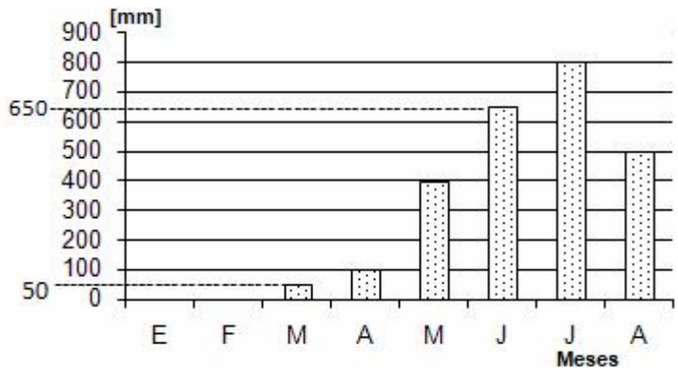
$$\sum f_i = 5 + 10 + 20 + 15 + 20 = 70$$

Así, finalmente:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{245}{70} = 3,5$$

Alternativa D)

54. El gráfico de la figura muestra la cantidad de agua caída en una ciudad del centro del país. ¿cuáles el promedio de agua caída en los seis primeros meses del año?



A) 200 [mm]
B) 400 [mm]
C) $416,\overline{6}$ [mm]
D) 500 [mm]
E) 600 [mm]

Solución:

Los primeros seis meses *del año* son desde Enero a Junio inclusivos. Los cuales registran una suma de agua caída igual a:

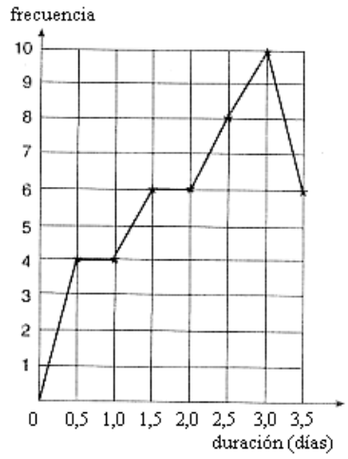
0 + 0 + 50 + 100 + 400 + 650 = 1200 [mm]

Al dividir esta cantidad, por la cantidad de meses considerados en ella, se obtiene que la respuesta pedida es 200 [mm]

Alternativa A)

Observación: No se ha consultado por el promedio de agua caída de los seis meses en que llovió, sino que del año, halla llovido en alguno de tales meses o no.

55. El polígono de frecuencias muestra el número de trabajos realizados por un gasfitero, para una constructora durante un semestre. ¿Cuál fue la duración media aproximada (en días), de todos estos trabajos?



A) 2 días.
B) 2,2 días.
C) 2,5 días.
D) 2,7 días.
E) 3 días.

Solución:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

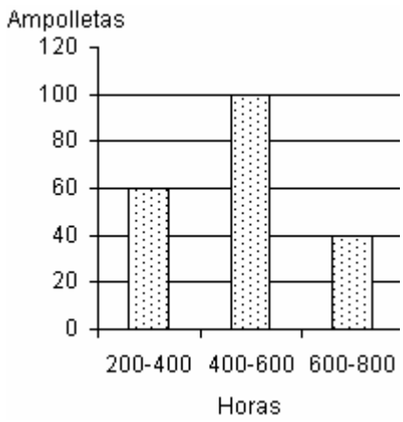
$$= \frac{0,5 \cdot 4 + 1 \cdot 4 + 1,5 \cdot 6 + 2 \cdot 6 + 2,5 \cdot 8 + 3 \cdot 10 + 3,5 \cdot 6}{4 + 4 + 6 + 6 + 8 + 10 + 6}$$

$$= \frac{2 + 4 + 9 + 12 + 20 + 30 + 21}{44}$$

$$= \frac{98}{44} \approx 2,22$$

Alternativa B).

56. La distribución del número de horas que duraron encendidas 200 ampolletas está dada en la figura. La duración promedio de una ampolleta en horas, es aproximadamente:



A) 1
B) 380
C) 400
D) 480
E) 580

Solución:

Hay que identificar que:

- La duración (en hrs.) es la variable.
- El número de ampolletas es la frecuencia.
- Y que estamos frente a valores agrupados en intervalos, por lo que hay que considerar la marca de clase de cada uno de ellos.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{300 \cdot 60 + 500 \cdot 100 + 700 \cdot 40}{60 + 100 + 40}$$

$$= \frac{3\cancel{00} \cdot 60 + 5\cancel{00} \cdot 100 + 7\cancel{00} \cdot 40}{2\cancel{00}}$$ /simplificando con cada sumando por 100

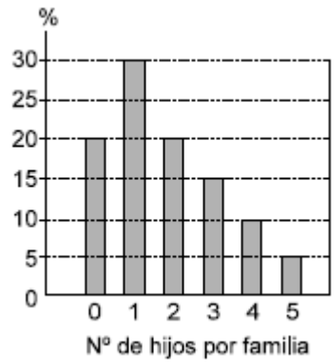
$$= \frac{3 \cdot \cancel{60}^{30} + 5 \cdot \cancel{100}^{50} + 7 \cdot \cancel{40}^{20}}{\cancel{2}}$$ /simplificando con cada sumando por 2

$$= 90 + 250 + 140$$

$$= 480$$

Alternativa D)

57. El gráfico de la figura muestra el número de hijos por familia en la IX región. Según esta gráfica, en esta población:



I: El 80% de las familias tiene hijos.
II: El promedio de hijos por familia es 3.
III: Entre las familias con hijos, más del 60% tiene 1 ó 2.
Es (son) correctamente inferible(s) de la información gráfica:

A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo II y III
D) Sólo I y III
E) I, II y III

Solución:

Vamos a analizar cada una de las afirmaciones:

I) según la altura de las barras, 80 de 100 hijos entrevistados tienen hijos, por lo tanto, I) es correcta.

II) El promedio viene dado por:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{0\bullet 20 + 1\bullet 30 + 2\bullet 20 + 3\bullet 15 + 4\bullet 10 + 5\bullet 5}{20+30+20+15+10+5}$$

$$= \frac{0+30+40+45+40+25}{100}$$

$$= \frac{180}{100} \quad \text{/corriendo la coma decimal dos espacios}$$

$$= 1{,}8 \text{ hijos}$$

II) es falsa.

III) "Entre las familias con hijos". Esto nos dice que nuestra muestra ya no son las 100 familias entrevistadas, sino las 80 que tienen hijos.

Veamos que porcentaje tiene 1 ó 2 hijos. Según el gráfico, suman 30 + 20 = 50 familias de un total de 80. Es decir:

$$\frac{50}{\cancel{80}^{4}} \bullet \cancel{100}^{5}\,\% \quad \text{Se multiplica por 100\% para expresar la fracción en \%}$$

$$= \frac{50\bullet 5}{4}\,\% \quad \text{Donde hemos simplificado por 20 anteriormente}$$

$$= \frac{250}{4}\,\%$$

$$= 62{,}5\%$$

III) es verdadera.

Sólo I y III son verdaderas, alternativa D).

58. En la tabla de distribución de frecuencia adjunta, se observa que falta una frecuencia, la que corresponde al dato 3. Si la media aritmética de dicha distribución es 4,32; entonces x es

X_i	1	2	3	4	5	6
f_i	2	3	x	6	5	8

A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

Solución:

$$\bar{x} = \frac{1\cdot 2 + 2\cdot 3 + 3\cdot x + 4\cdot 6 + 5\cdot 5 + 6\cdot 8}{24 + x}$$

$$\bar{x} = \frac{2 + 6 + 3x + 24 + 25 + 48}{24 + x}$$

$$4,32 = \frac{3x + 105}{24 + x} \qquad (*)$$

$$103,68 + 4,32x = 3x + 105$$

$$4,32x - 3x = 105 - 103,68$$

$$1,32x = 1,32$$

$$x = 1$$

(*) $4^{1}32 \cdot 24$

$1^{1}728$

$8\,64$

10368

$\Rightarrow 4,32 \cdot 24 = 103,68$

Alternativa B).

59. Se lanza un dado cierta cantidad de veces, y con los valores obtenidos se construye la tabla de frecuencias de la figura. Si la media aritmética de los valores es 3,5 entonces el número total de lanzamientos es

x	f_i
1	5
2	3
3	5
4	n
5	6
6	4

A) 24
B) 25
C) 26
D) 27
E) 28

Solución:

La media aritmética para datos agrupados viene dada por

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

$$= \frac{1\cdot 5 + 2\cdot 3 + 3\cdot 5 + 4\cdot n + 5\cdot 6 + 6\cdot 4}{5 + 3 + 5 + n + 6 + 4}$$

$$3,5 = \frac{5 + 6 + 15 + 4n + 30 + 24}{23 + n}$$

$$\Rightarrow 3,5(23 + n) = 80 + 4n$$

$80,5 + 3,5n = 80 + 4n$ /Cancelamos ahora términos semejantes

$0,5 = 0,5n$ / $\cdot 2$

$1 = n$

Reemplazando este valor en la tabla de frecuencia, obtenemos que el número total de lanzamientos es $\sum f_i = 24$.

Alternativa A).

60. Se lanza un dado una cierta cantidad de veces y con los valores obtenidos, se construye la tabla de frecuencia adjunta. Si la media aritmética de los valores obtenidos es 4,2. ¿Cuál es el valor de x?

x_i	f_i
1	1
2	2
3	1
4	4
5	3
6	x

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

Solución:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

$$4,2 = \frac{1\bullet 1 + 2\bullet 2 + 3\bullet 1 + 4\bullet 4 + 5\bullet 3 + 6\bullet x}{1+2+1+4+3+x}$$

$$4,2 = \frac{1+4+3+16+15+6x}{11+x}$$

$$(11+x)\bullet 4,2 = 39+6x$$

$$46,2 + 4,2x = 39 + 6x$$

$$7,2 = 1,8x$$

$$\frac{7,2}{1,8} = x$$

$$4 = x$$

Alternativa D).

61. Se lanza un dado cierta cantidad de veces y con los valores obtenidos, se construye una tabla de frecuencia. Si la media aritmética de los valores es 3,8 el número total de lanzamientos es:

x_i	f_i
1	5
2	2
3	4
4	x
5	4
6	7

A) 3
B) 4
C) 19
D) 25
E) Ninguna de las anteriores.

Solución:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

$$3,8 = \frac{1\bullet 5 + 2\bullet 2 + 3\bullet 4 + 4\bullet x + 5\bullet 4 + 6\bullet 7}{5+2+4+x+4+7}$$

$$3,8 = \frac{5+4+12+4x+20+42}{22+x}$$

$$(22+x)\bullet 3,8 = 83+4x$$

$$83,6 + 3,8x = 83 + 4x$$

$$0,6 = 0,2x \Rightarrow \frac{0,6}{0,2} = x \Rightarrow 3 = x$$

Luego, el total de lanzamientos es $\sum f = 5+2+4+3+4+7 = 25$

Alternativa D).

Observación: La alternativa A) no considera lo que pide el enunciado, esto es "el número total de lanzamientos".

IV.1.2. ***Ejercicios de Promedios Ponderados con Porcentajes***

62. Cuando Marcela postuló a la universidad, obtuvo los siguientes puntajes en las pruebas y en sus notas de la educación media.

Prueba	Puntaje	Ponderación (*)
Lengua Castellana	682	10 %
Matemática	751	20 %
Ciencia Sociales	643	10 %
Ciencias	718	40 %
Notas de la Enseñanza Media	600	20 %

(*) Es el coeficiente que se asigna a cada prueba en la carrera a la cuál se desea ingresar.
El puntaje de presentación de Marcela es entonces:

A) 689,9
B) 690
C) 678,8
D) 679
E) Ninguna de las anteriores.

Solución:
Estamos frente a un promedio ponderado. Donde debemos tener presente que:

$$10\% = \frac{10}{100} = 0,1 \qquad 20\% = 0,2 \qquad 40\% = 0,4$$

$$\bar{x} = \frac{682 \bullet 0,1 + 751 \bullet 0,2 + 643 \bullet 0,1 + 718 \bullet 0,4 + 600 \bullet 0,2}{0,1 + 0,2 + 0,1 + 0,4 + 0,2} = \frac{68,2 + 150,2 + 64,3 + 287,2 + 120,0}{1}$$

$$= 689,9$$

Alternativa A).

63. Un estudio ha revelado que el 35% de los hombres y el 25% de las mujeres mayores de 60 años ayuda económicamente a sus familiares. Si el estudio comprendió una muestra de 420 hombres y 580 mujeres, ¿Qué % de la muestra da tal ayuda a sus familiares?

A) 30%
B) 8,75%
C) 12,6%
D) 60%
E) 29,2%

Solución:
Sea n la cantidad de personas mayores de 60 años que brinda ayuda a sus familiares. Tal cantidad resulta de ponderar los distintos porcentajes, tal como se muestra a continuación:

$$n^o = 35\% \bullet 420 + 25\% \bullet 580 = \frac{35}{100} \bullet 420 + \frac{25}{100} \bullet 580 = 3,5 \bullet 42 + \frac{1}{4} \bullet 580$$

$$= 147 + 145$$

$$= 292$$

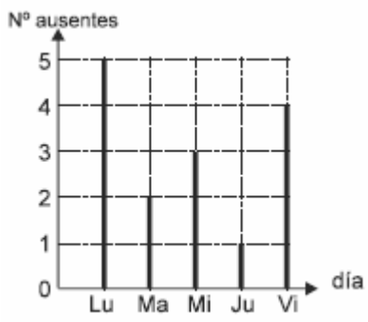
La muestra está formada por 1000 personas, las que representa el 100%. Notemos que la razón entre personas y % es de 10:1, por lo tanto, las 292 personas representan el 29,2% del total.
Alternativa E).

64. En cierta sucursal de un Banco Comercial, el 65% de las cuentas de clientes corresponden a cuentas de Ahorro y el 35% restante a cuentas corrientes. El saldo promedio de las cuentas corrientes es de $40 mil mientras que en cuentas de ahorro, el saldo promedio es de $30 mil. Entonces, el saldo promedio de las cuentas, considerando ambos tipos, es:
    A) $33.500
    B) $35.000
    C) $36.500
    D) $15.925
    E) $70.000

    Solución:
    Se trata de un promedio ponderado.
    $$\bar{x} = \frac{65}{100} \bullet \$30.000 + \frac{35}{100} \bullet \$40.000 = 6,5 \bullet \$3000 + 3,5 \bullet \$4000 = \$19.500 + \$14.000 = \$33.500$$

    Alternativa A).

65. Un Kindergarten atiende una matrícula de 25 párvulos, registrando durante la última semana el número diario de ausentes. La información se resume en la gráfica.
    De las siguientes afirmaciones,
    I: El lunes faltó el 15% de los matriculados.
    II: El miércoles asistió el 88% de los matriculados.
    III: El martes y el jueves fueron los días de mayor asistencia.
    IV: El promedio diario de asistencia es de 22 párvulos.



    Son correctas:
    A) Sólo II y III
    B) Sólo II y IV
    C) Sólo III y IV
    D) Sólo II, III y IV
    E) Sólo I, II y III

    Solución:
    Analicemos cada una de las alternativas:

    I. El lunes faltaron 5 de 25 párvulos, lo que equivale a $\frac{5}{25} \bullet 100\% = 5 \bullet 4\% = 20\%$.
    Por lo tanto, I) es falsa.

    II. El miércoles faltaron 3 de 25 párvulos, lo que equivale a $\frac{3}{25} \bullet 100\% = 3 \bullet 4\% = 12\%$.
    Es decir, faltó el 12% y por lo tanto asistieron el 88%.
    Por lo tanto, II) es correcta.

    III. El gráfico muestra que los días martes y jueves fueron los de menor inasistencia, por lo que hubo mayor asistencia de párvulos en tales días.
    III) es correcta.

    IV. Tenemos registrada la inasistencia, la promediaremos y la restaremos a 25 -que es el total de párvulos-, y obtendremos por defecto el promedio de asistencia diaria.
    $$\bar{x} = \frac{5+2+3+1+4}{5} = \frac{15}{5} = 3 \text{ ausentes en promedio diario.}$$
    Por lo tanto, el promedio diario de asistentes es 25 – 3 = 22 párvulos.
    IV) es correcta.

    Las aseveraciones correctas son II), III) y IV).
    Alternativa D).

66. Se ha investigado en una muestra de 20 selecciones de fútbol que participan en el campeonato mundial, el número de jugadores que juegan en el extranjero. Los datos se muestran en la tabla.

Respecto de esta muestra es posible afirmar que:

I: El 65% de las selecciones tienen más de tres jugadores que juegan en el extranjero.

II: El promedio de jugadores que juegan en el extranjero es de 3,8 por selección.

III: Más del 30% de las selecciones tienen 5 ó 6 jugadores que juegan en el extranjero.

	Nº selecciones	Nº jugadores
	2	2
	5	3
	6	4
	3	5
	4	6
Total	20	20

Es (son) verdadera (s):

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

Solución:

Analicemos cada una de las alternativas.

I. El número de selecciones con más de tres jugadores son: 6 + 3 + 4 = 13. Los que representan al $\frac{13}{20} \bullet 100\% = 13 \bullet 5\% = 65\%$ de las selecciones. I) es verdadera.

II. El promedio de jugadores por selección que juegan en el extranjero es:

$\bar{x} = \frac{2 \bullet 2 + 5 \bullet 3 + 6 \bullet 4 + 3 \bullet 5 + 4 \bullet 6}{20} = \frac{4 + 15 + 24 + 15 + 24}{20} = \frac{82}{20} = 4{,}1$. II) es falsa.

III. El número de selecciones que tienen 5 o 6 jugadores en el extranjero son 3 + 4 = 7.

Las que representan el $\frac{7}{20} \bullet 100\% = 7 \bullet 5\% = 35\%$. III) es verdadera.

Por lo tanto, la alternativa correcta es C).

67. Un estudiante tuvo promedios semestrales 5,6 y 6,0 respectivamente. La nota final se obtiene ponderando la nota anual un 70% y el examen un 30%. Para que la nota final fuera un 5,5 la nota de examen debiera ser:
    A) 4,5
    B) 4,6
    C) 4,8
    D) 5,5
    E) Ninguna de las anteriores.

Solución:
La nota final, antes de aproximar a 5,5 debe estar entre] 5,45; 5,54[.
Si llamamos x a la nota del examen, tendremos entonces, para los valores extremos del intervalo que:

$$5,8 \bullet 0,7 + 0,3x = 5,45$$
$$4,06 + 0,3x = 5,45 \Rightarrow 0,3x = 5,45 - 4,06$$
$$0,3x = 1,39$$
$$x = \frac{1,39}{0,3} = 4,6\overline{3}$$

Además, para el otro valor extremo del intervalo, esto es, para 5,54, tenemos:
$$5,8 \bullet 0,7 + 0,3x = 5,54$$
$$4,06 + 0,3x = 5,54 \Rightarrow 0,3x = 5,54 - 4,06$$
$$0,3x = 1,48$$
$$x = \frac{1,48}{0,3} = 4,9\overline{3}$$

Por lo tanto, la nota del examen debe pertenecer al intervalo] 4,63; 4,93[
Sólo la alternativa C) tiene una nota en tal intervalo.

68. Un estudiante obtuvo como promedios semestrales 5,6 y 6,0 respectivamente. La nota final se calcula asignando al promedio de los dos semestres una ponderación del 70% y al examen de fin de año un 30%. Su promedio final fue 6,1 (aproximando la centésima). Es posible que la nota que obtuvo en el examen haya sido:
    A) 6,1
    B) 5,6
    C) 6,5
    D) Cualquier nota entre 6,6 y 7.
    E) Ninguna de los anteriores.

    Solución:
    El promedio de los dos semestres es un 5.8. Para obtener finalmente un 6,1 hay que considerar el intervalo de notas] 6.05; 6.14 [. Porque $6{,}05 \approx 6{,}1$ y $6{,}14 \approx 6{,}1$.
    Así, sea x la nota del examen final, con una ponderación de 30% ≡ 0,3.

    $\bar{x} = 5{,}8 \bullet 0{,}7 + x \bullet 0{,}3$ (*)

- Cuando el promedio final en la igualdad anterior es $\bar{x} = 6{,}05$:

  $6{,}05 = 5{,}8 \bullet 0{,}7 + x \bullet 0{,}3$

  $6{,}05 = 4{,}06 + 0{,}3x$

  $1{,}99 = 0{,}3x$

  $\frac{1{,}99}{0{,}3} = 6{,}6\bar{3} = x$

- Cuando el promedio final es $\bar{x} = 6.14$ se obtiene, en (*):

  $6{,}14 = 5{,}8 \bullet 0{,}7 + x \bullet 0{,}3$

  $6{,}14 = 4{,}06 + 0{,}3x$

  $2{,}08 = 0{,}3x$

  $\frac{2{,}08}{0{,}3} = 6{,}9\bar{3} = x$

    Luego, la nota del examen es cualquiera entre $]6.63, 6{,}9\bar{3}[$. Estas son, 6,7; 6,8 y 6,9.
    La opción correcta es D), pues las notas están en tal intervalo.

    El ejercicio original considera para D) cualquier nota entre 6,7 y 7. Lo cuál, al resolver, notamos como detalle que no es correcta la aproximación para el menor de tales valores.

IV.1.3. ***Ejercicios de Promedios Ponderados con Marcas de Clase***

69. La siguiente tabla de frecuencias muestra el porcentaje (%) de bienestar que indicaron 60 personas en una encuesta de salud.

Intervalo de % de salud	Marca de Clase (x_C)	Frecuencia absoluta (f_i)	$x_C \bullet f_i$
51 – 56	53,5	6	321
56 – 61	58,5	9	526,5
61 – 66	63,5	5	317,5
66 – 71	68,5	10	685
71 – 76	73,5	9	661,5
76 – 81	78,5	11	863,5
81 – 86	83,5	4	334
86 – 91	88,5	3	265,5
91 – 96	93,5	3	280,5
Total		n = 60	$\sum x_c \bullet f_i = 4255$

De las alternativas adjuntas, el valor más cercano al promedio del bienestar de salud de las personas es:

A) 71,1 C) 60 E) $\frac{60}{4255}$

B) 75,5 D) 70,9

Solución:

La marca de clase es el mejor representante de cada intervalo, por tanto le atribuimos a él todos los datos pertenecientes al mismo intervalo. El cálculo del promedio ponderado viene dado por:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_c \bullet f_i}{n} = \frac{4255}{60} = 70,9$$ Alternativa D).

70. El director administrativo de una empresa presenta la siguiente información acerca del número diario de llamadas a celular que se hicieron desde la empresa, en los últimos 10 días: ¿Cuál es en esta muestra, el promedio diario de llamadas a celular?

A) 29
B) 30
C) 25
D) 20
E) No se puede calcular con esta información.

Nº de llamadas	Nº de días
[10, 20[	2
[20, 30[	4
[30, 40[	2
[40, 50]	2

Solución:

La media o promedio diario considera la marca de clase –valor medio de cada intervalo.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_c f_i}{n} = \frac{\sum x_c f_i}{\sum f_i} = \frac{15 \bullet 2 + 25 \bullet 4 + 35 \bullet 2 + 45 \bullet 2}{2 + 4 + 2 + 2} = \frac{30 + 100 + 70 + 90}{10} = 29$$

Alternativa A).

71. La distribución de notas de un curso de 100 estudiantes es la indicada en la tabla. Entonces, con la información disponible, es posible estimar que el promedio aritmético de las notas es:

A) 3,73
B) 4,23
C) 4,53
D) 5,03
E) 5,53

Intervalo	Frecuencia Absoluta
$1,5 \leq N < 2,5$	5
$2,5 \leq N < 3,5$	22
$3,5 \leq N < 4,5$	30
$4,5 \leq N < 5,5$	31
$5,5 \leq N < 6,5$	12
Total	100

Solución:

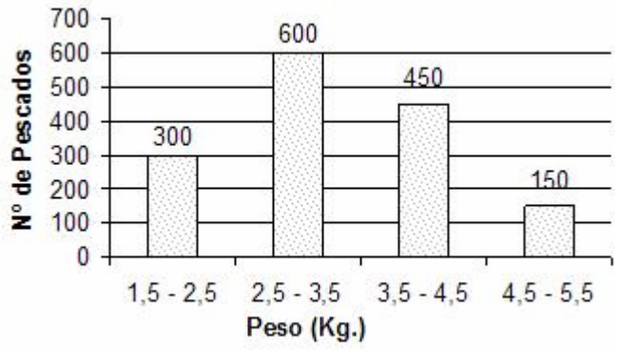
Estamos frente al cálculo del promedio de una variable continua. Debemos emplear la marca de clase de cada intervalo.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_c f_i}{n} = \frac{2 \cdot 5 + 3 \cdot 22 + 4 \cdot 30 + 5 \cdot 31 + 6 \cdot 12}{100} = \frac{10 + 66 + 120 + 155 + 72}{100} = \frac{423}{100} = 4,23$$

Alternativa B).

72. La distribución de la masa de los pescados capturados por un barco pesquero está dada por el siguiente gráfico.
El valor que mejor representa la masa promedio es:

A) 2,5 Kg.
B) 3,3 Kg.
C) 4,5 Kg.
D) 5,0 Kg.
E) No se puede determinar.



Solución:

La base de cada barra es un intervalo, esto quiere decir que estamos frente al cálculo del promedio de una variable continua. Debemos emplear la marca de clase x_C –valor medio de cada intervalo. Estos son 2, 3, 4 y 5, los que se multiplicarán con sus respectivas frecuencias, 300, 600, 450 y 150, para luego todo ello sumarse en el numerador de la expresión de la media ponderada:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_c f_i}{\sum f_i} = \frac{2 \cdot 300 + 3 \cdot 600 + 4 \cdot 450 + 5 \cdot 150}{300 + 600 + 450 + 150}$$

$$= \frac{600 + 1800 + 1800 + 750}{1500}$$

$$= \frac{495\not{0}}{150\not{0}} \quad \text{/simplificando por 10}$$

$$= \frac{\not{495}^{99}}{\not{150}^{30}} \quad \text{/simplificando por 5}$$

$$= \frac{\not{99}^{33}}{\not{30}^{10}} \quad \text{/simplificando por 3}$$

$$= \frac{33}{10} \quad \text{/"corremos un espacio la coma decimal"}$$

$$= 3,3$$

Alternativa B).

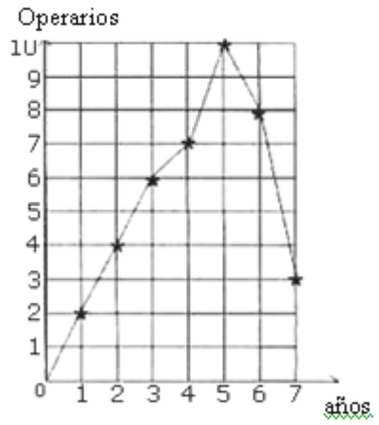
IV.2.1. ***Ejercicios de Moda***

73. El gráfico nos muestra el puntaje obtenido por 60 personas en un prueba que tiene escala de 1 a 100. Entonces, la moda es:

A) 10
B) 12
C) 30
D) 55
E) 60

Solución
La moda queda representada por el dato que tiene la mayor frecuencia. La frecuencia mayor es 12 y corresponde al dato 30. Por lo tanto la moda es 30.
La alternativa correcta es C).

74. El gráfico muestra los años trabajados por los 40 operarios de una fábrica. La moda respecto a la variable años es:



A) 4
B) 5
C) 6
D) 7
E) 10.

Solución:
La moda es el año con mayor frecuencia. El gráfico muestra que la frecuencia más alta es 10 y la tiene la variable de 5 años. Por lo tanto la moda, en años es 5.
Alternativa B).

75. La tabla muestra los resultados de una prueba de Biología.

Puntaje	16 – 28	29 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70	71 – 80
nº estudiantes	13	48	61	21	6	1

La marca de clase para el intervalo modal –aquel que contiene a la moda- es:
A) 41
B) 50
C) 61
D) 61/150
D) 45,5

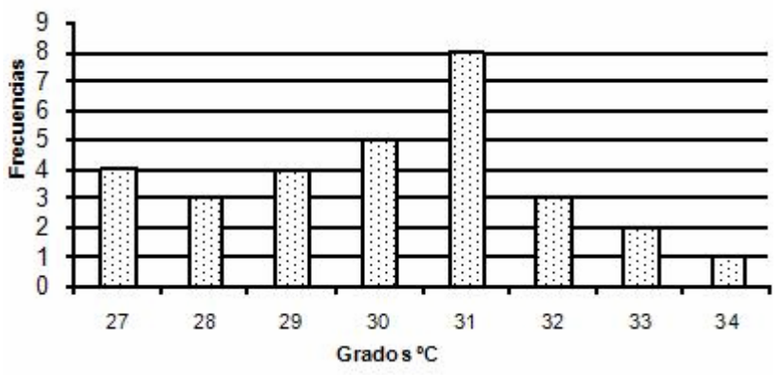
Solución:
El intervalo modal o "con mayor frecuencia" es el tercero. La marca de clase, es el promedio de los límites inferior y superior.

Así, $x_C = \frac{41+50}{2} = 45,5$

Alternativa E).

76. El gráfico de barras muestra la frecuencia de temperaturas en una ciudad durante un mes. La frecuencia porcentual de la moda es:

A) $26,\overline{6}\,\%$
B) $0,2\overline{6}\,\%$
C) $23,\overline{3}\,\%$
D) $0,2\overline{3}\,\%$
E) $13,\overline{3}\,\%$



Solución:
La frecuencia porcentual es igual al producto de la frecuencia relativa por 100%.
La mayor frecuencia la tiene la variable de 31°C. La frecuencia porcentual es:

$$\frac{\text{dias favorables a } 31^{\circ}}{\text{total de dias considerados}} \bullet 100\% = \frac{8}{3\not{0}} \bullet 10\not{0}\,\% = \frac{8}{3} \bullet 10\% = 26,\overline{6}\%$$

Alternativa A).

77. La tabla siguiente muestra la distribución de frecuencia de los anticipos de 45 operarios de una empresa. ¿Cuál es el intervalo modal de la muestra?

A) 70 – 79 mil.
B) 80 – 89 mil.
C) 90 – 99 mil.
D) 100 – 110 mil.
E) Ninguna de las anteriores.

sueldo (miles de pesos)	*f*
70 – 79	16
80 – 89	14
90 – 99	10
100 – 110	5

Solución:
El intervalo con mayor frecuencia se denomina intervalo modal. En nuestro caso, el intervalo con mayor número de anticipos es el primero.
Alternativa A).

IV.2.2. ***Ejercicios de Moda combinados con Media***

78. El personal de una pequeña empresa consiste de cuatro administrativos con un sueldo de $260.000 cada uno y de un jefe administrativo con un sueldo de $480.000.
El sueldo promedio y la moda de los sueldos son respectivamente:

	Promedio	Moda
A)	$ 564.000	$ 80.000
B)	$ 260.000	$ 340.000
C)	$ 304.000	$ 260.000
D)	$ 480.000	$ 260.000
E)	$ 304.000	$ 480.000

Solución

Llamemos $\bar{x}$ a la media de los sueldos del personal.

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 260.000 + 1 \cdot 480.000}{4+1} = \frac{1.040.000 + 480.000}{5} = \frac{1.520.000}{5} = \$\ 304.000$$

Mientras que el sueldo que más se repite es $260.000. Esa es la moda.

Alternativa C).

79. La tabla muestra los resultados obtenidos en una prueba de matemática aplicada a un curso. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

I) El promedio es aproximadamente 4,5.
II) La moda es 10.
III) La prueba fue aplicada a un total de 32 alumnos.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo II y III

Nota	Frecuencia
1	0
2	3
3	4
4	5
5	8
6	2
7	10

Solución:

Para saber si la primera aseveración es verdadera, esto es, si acaso el promedio es aproximadamente es igual a 4,5; debemos calcular el promedio.

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 0 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 8 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 10}{32} \qquad \text{con } n = \sum_{i=1}^{i=7} f_i = 32$$

$$= \frac{6 + 12 + 20 + 40 + 12 + 70}{32}$$

$$= \frac{160}{32}$$

$$= 5$$

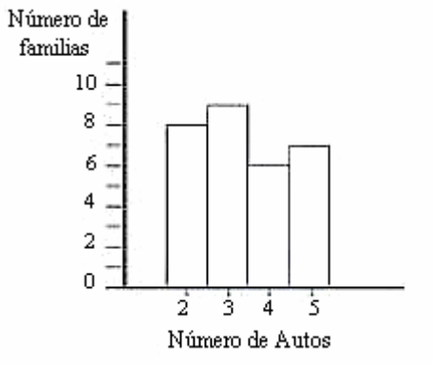
La primera aseveración es falsa.

Veamos II). El valor que tiene la mayor frecuencia corresponde a la nota 7. Por tanto, ella es la moda y no la frecuencia que esta posea. La segunda aseveración es falsa.

La alternativa C es correcta. El número total de pruebas da el total de alumnos sobre los cuáles se aplicó. Esto es, 32.

Alternativa C).

80. El gráfico indica el número de automóviles por familias que cada una ha adquirido en los últimos diez años. Respecto de los resultados que muestra el gráfico de abajo se puede asegurar que:



I) Las familias encuestadas fueron 30.
II) La media aritmética del número de autos por familia fue 3,4.
III) La moda del número de autos fue 9.

De estas afirmaciones, ¿cuál(es) es(son) verdadera(s)?

A) Sólo I.
B) Sólo II.
C) Sólo III.
D) Sólo I y II.
E) Sólo I y III

Solución:
Aunque no es necesario tabular la información para hallar el número de familias encuestadas, si es necesario darse cuenta que se trata de un promedio ponderado.

Autos (x_i)	*Familias* (f_i)
2	8
3	9
4	6
5	7
Total de familias encuestadas	n = 30

La aseveración I) es Verdadera.

El promedio general del número de autos adquiridos por familia en los últimos 10 años lo encontramos usando el promedio ponderado:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{2 \cdot 8 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 7}{30} = \frac{16 + 27 + 24 + 35}{30} = \frac{102}{30} = 3,4$$

Es el promedio de autos comprado por cada familia en los últimos 10 años.
La aseveración II) es correcta.

La moda debe tomar un valor de la cantidad de autos, no de la cantidad de familias.
El 9 indica el número de familias con la mayor frecuencia, pero pertenece a la variable "3 autos".
Por tanto, la moda es adquirir por familia 3 autos en los últimos 10 años. La aseveración III) es falsa.

Sólo I) y II) son verdaderas.
Alternativa D).

81. La tabla del costado resume la información obtenida al entrevistar a 100 estudiantes para saber la cantidad de horas diarias que ven televisión.
La moda y el promedio de horas que los estudiantes dedican a ver Televisión son respectivamente:

A) 2 y 2,1
B) 5 y 2, 65
C) 30 y 2,6
D) 2,6 y 30
E) 2 y 2,6

Cantidad de horas (x_i)	*Cantidad de estudiantes* (f_i)
0	5
1	20
2	30
3	20
4	10
5	10
6	5
Total	100

Solución:
La moda debe tomar un valor de la cantidad de horas, con la mayor frecuencia de estudiantes. Y 30 corresponde a la mayor frecuencia, al mayor número de estudiantes, que prefieren ver 2 horas de televisión.

Sólo A) y E) quedan como factibles respuestas correctas. Falta calcular el promedio, lo cual se obtiene por:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{0 \bullet 5 + 1 \bullet 20 + 2 \bullet 30 + 3 \bullet 20 + 4 \bullet 10 + 5 \bullet 10 + 6 \bullet 5}{100}$$

$$= \frac{0 + 20 + 60 + 60 + 40 + 50 + 30}{100}$$

$$= \frac{260}{100}$$

$$= 2,6$$

Es el promedio de horas que los estudiantes dedican a ver televisión.
Así, sólo queda la alternativa E) como correcta.

IV.3.1. ***Ejercicios de Mediana***

82. Las edades de los alumnos de un curso universitario aparecen en la tabla de distribución de frecuencias adjunta. ¿Cuál es la mediana?

A) 6
B) 8
C) 20
D) 21
E) 22

Edades	fi
18	2
19	10
20	8
21	6
22	14
23	2

Solución:

$n = \sum f = 2 + 10 + 8 + 6 + 14 + 2 = 42$

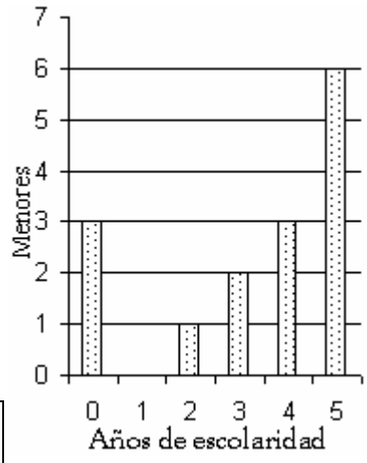
Como el número de datos es par, la mediana viene dada por el promedio de las edades que contengan a los datos centrales, esto es, al promedio de las edades que contengan al 21^{avo} y 22^{avo} dato.

Ahora bien, como ambos datos centrales están contenidos dentro de una misma clase, no es necesario promediar. Pues el 21^{avo} y 22^{avo} dato se hallan en la clase correspondiente a la edad de 21 años. Por lo tanto, esa es la mediana.

Alternativa D).

83. De acuerdo a la información entregada en el gráfico, el cual representa los años de escolaridad de menores en situación de abandono, ¿cuál es la mediana de la muestra?

A) 5
B) 4,5
C) 4
D) 3,5
E) 3



Solución:

Aunque no es necesario, vamos a tabular la información.

Años de escolaridad (x_i)	Menores de edad (f_i)	frecuencia acumulada (F_i)
0	3	3
1	0	3 + 0 = 3
2	1	3 + 1 = 4
3	2	4 + 2 = 6
4	3	6 + 3 = 9
5	6	9 + 6 = 15
Total	15	

De un total de 15 menores que contiene la muestra, el dato central es el 8^{vo}. El intervalo o -llamado también clase- que contiene a tal dato nos dará el valor de la mediana.

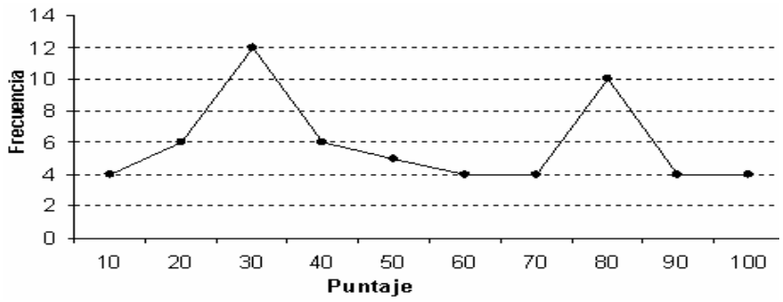
Al contar los datos o menores, en la frecuencia acumulada, notamos que el 8^{vo} se ha de hallar en el intervalo o clase de $x_i = 4$ años, pues la suma de los intervalos anteriores es de 6 menores y después de el nos pasamos a 9.

Por lo tanto, $x_i = 4$ años es la mediana buscada.

Alternativa C).

84. El gráfico nos muestra el puntaje obtenido por 60 personas en una prueba que tiene escala de 1 a 100 puntos.
Entonces, la mediana es:

A) 30
B) 37,5
C) 45
D) 50
E) 52,2



Solución:
Si son 60 personas tenemos número par de datos. La mediana en este caso viene dado por el promedio de los datos centrales 30º y 31º. Como ver del gráfico, de izquierda a derecha vemos que los datos están ordenados ascendentemente.
Al ir sumando las frecuencias de cada puntaje, el 30º y 31º avo dato se hallan sobre el puntaje 50. Luego, la mediana es tal valor.
Alternativa D).

IV.3.2. ***Ejercicios de Medianas con otras medidas de tendencia central***

85. En la siguiente distribución de frecuencias, la media y la mediana son, respectivamente:

A) 3 y 4
B) 3 y 1
C) 1 y 3
D) 2 y 3
E) 3 y 2

x	1	2	3	4	5
f	9	4	5	3	2

Solución:
La experiencia muestra que, para datos agrupados en variables discretas, es más rápido calcular la mediana. Así que comenzaremos hallando tal valor.
Dicho lo anterior, notamos que el total de datos $n = \sum f_i = 9+4+5+3+2 = 23$.
Como n es impar, hay un solo dato central en la tabla, indicado por la parte entera de: n/2 + 1, esto es, de 11 + 1 = 12.
El valor de x que ocupe el 12 avo valor es la mediana. Esto se ve así:
En x = 1 hay 9 datos –falta para llegar al 12 avo dato.
Y contabilizando hasta x = 2 hay 4 datos más, los que sumados a los anteriores 9, dan 13 datos considerados. Nos pasamos, es decir, el 12 avo dato se halla contenido en x = 2.
Por lo tanto, 2 es la mediana.
Conforme al enunciado, las alternativas consideran a la media y a la mediana en ese orden respectivamente. Y como la *única* alternativa que tiene el valor 2, indicado en segundo lugar es E), esa es la respuesta correcta.
Observación:
No hace falta calcular la media. Las demás alternativas quedaron descartadas.

86. Con la información proporcionada en el gráfico. ¿Cuál es el valor de la mediana y la media, respectivamente? :

A) 1 y 1.
B) 2 y 1.
C) 2 y 2.
D) 3 y 2.
E) Ninguna de las anteriores.

Solución:
El total de familias consideradas viene dado por la suma de las frecuencias. La que a su vez es la suma de los números asociados a las alturas de las barras.
$n = \sum f = 5+15+10+10 = 40$
Al ser el número total de datos n, un número par. La mediana viene dada por el promedio de los valores de los **dos** términos centrales de la distribución.
Ellos son las familias halladas en la posición $\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$ y $21^{\underline{ava}}$ familias.
La $20^{\underline{ava}}$ familia se halla en la segunda barra del gráfico, con 1 hijo. Ello se ve así:
5 familias hay en la $1^{\underline{era}}$ barra y 15 más en la $2^{\underline{da}}$ barra. Al ir sumando las familias, da con la $20^{\underline{ava}}$ familia en la $2^{\underline{da}}$ barra, con 1 hijo.
En cambio, la familia siguiente, la $21^{\underline{ava}}$, se halla en la tercera barra con 2 hijos.
El promedio de hijos, de dichas familias es la mediana.
$M_d = \frac{1\,\text{hijo} + 2\,\text{hijos}}{2} = 1,5\,\text{hijos}$
Como ninguna de las respuestas contiene tal valor, la respuesta buscada es E).
Observación: No hace falta calcular la media, las otras alternativas fueron descartadas.

87. Se encuesta a un grupo de niños acerca del número de hermanos(as) que tienen. Los resultados se registraron en la siguiente tabla:

nº de hermanos (x_i)	0	1	2	3	4	5
frecuencia	2	4	8	6	5	3

¿Cuál es la moda y la mediana, respectivamente, del conjunto de datos obtenidos, respecto a la tenencia de hermanos(as) por niño encuestado?

A) 2 y 2
B) 2 y 2,5
C) 2,5 y 2
D) 2,5 y 2,5
E) Ninguna de las anteriores.

Solución:

- La moda viene dada por el valor que toma x_i en el intervalo con mayor frecuencia. Como la mayor frecuencia 8, se halla en x = 2, la moda es igual a 2.
- Para obtener la mediana, debemos notar en que intervalo se hallan los datos centrales de la distribución. Para lo cuál debemos conocer primero el número total de datos.

  $n = \sum f_i = 2 + 4 + 8 + 6 + 5 + 3 = 28$

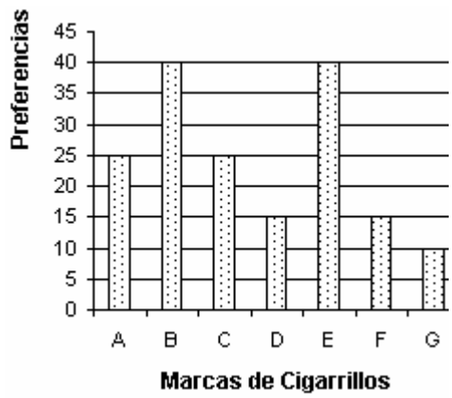
  Por ser un número par de datos, nos interesan los valores o el promedio que toman en la tabla de distribución el 14 y 15 avo dato.
  Contando las frecuencias desde x = 0 en adelante, el dato central 14 de la distribución se hallan en el intervalo de x = 2. Y el 15 avo dato en x = 3.
  Promediando tales valores de x, se obtiene 2,5, el que sería el valor de la mediana.

Alternativa B)

88. El gráfico de la figura presenta una encuesta realizada a 170 fumadores, indicando sus preferencias entre 7 marcas de cigarros.
De las afirmaciones establecidas, es(son) correcta(s):

I) La moda es 40.
II) Las personas que más fuman son las que prefieren cigarrillos B o E.
III) La mediana es 25.

A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) II y III E) Ninguna de las anteriores.



Solución:
Analicemos cada una de las alternativas.
I) El objeto de estudio son las marcas de cigarros. Las marcas B y E son la moda, no el valor de sus frecuencias, iguales a 40. Por lo tanto I) es falsa.
II) En ningún caso el estudio señala a las personas que más fuman, sino solo la marca de cigarros que más prefieren. De hecho puede que los de B y E fumen menos, no se sabe. Por lo tanto, II) es también falsa.
III) Es también falsa porque la variable "marca de cigarros", es una variable cualitativa, no cuantitativa. La Mediana NO existe en variables cualitativas.
Por lo tanto, la alternativa correcta es E).

89. Haciendo un estudio acerca de las edades de un grupo de jóvenes, se construyó la siguiente tabla de distribución de frecuencias.

De acuerdo a los datos proporcionados por la tabla, la mediana y la media aritmética son respectivamente:

A) 23 y 18,4
B) 23 y 19,4
C) 24 y 19,0
D) 24 y 19,3
E) 24 y 23,3

Edades	f_i
20	5
22	4
24	6
26	3
28	2

Solución:

El total de jóvenes entrevistados viene dado por la suma de las frecuencias.

$$n = \sum f_i = 5 + 4 + 6 + 3 + 2 = 20$$

La mediana viene dada por el promedio de las clases que contengan los términos centrales del 10º y 11º dato ordenados.

Los dos términos centrales se hallan en la tercera clase, los cuáles corresponden a la edad de 24 años. Por tanto, dicho valor es la mediana.

La media de los datos agrupados es:

$$\bar{x} = \frac{20 \bullet 5 + 22 \bullet 4 + 24 \bullet 6 + 26 \bullet 3 + 28 \bullet 2}{20} = \frac{100 + 88 + 144 + 78 + 56}{30} = \frac{466}{20} = 23,3$$

Alternativa E).

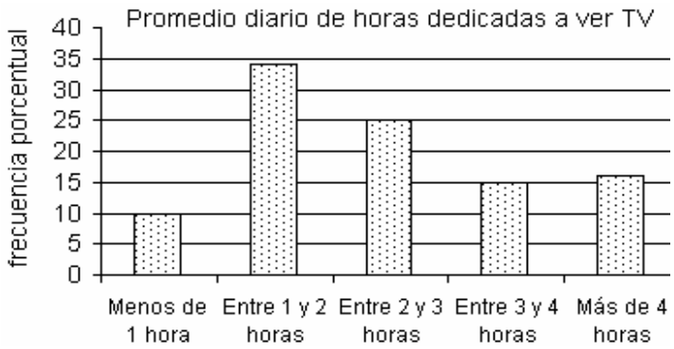
90. De acuerdo al siguiente gráfico, es posible afirmar que:

I) El intervalo mediano del número de horas dedicadas a ver televisión es [2,3[.

II) El intervalo modal es [1,2[.

III) Si se selecciona al azar una persona de este grupo, la probabilidad de que vea televisión entre 2 y 4 horas es 0,4.

A) Sólo I.
B) Sólo II.
C) Sólo I y II.
D) Sólo II y III.
E) I, II y III.



Solución:

I) El intervalo mediano de horas dedicadas a ver televisión es el que contiene el dato a la mediana o promedio de los datos centrales.
Para ello, hay que hallar el intervalo en donde se halle la mitad de los datos, esto es, el 50%.
Elaborando una tabla para la frecuencia porcentual acumulada se desprende del gráfico que:

Tiempo (hrs.)	frecuencia porcentual (h_i)	frecuencia porcentual acumulada (H_i)
Menos de 1 hora	10,0%	10,0%
Entre 1 y 2 horas	34,0%	10,0% + 34,0% = 44%
Entre 2 y 3 horas	25%	44% + 25% = 69%

Nos pasamos del 50%. No es necesario proseguir.
El dato central aquel donde el 50% de los datos se encuentra, es en el intervalo [2,3[.
(I) ES VERDADERA.

II) El intervalo modal es el que contiene la mayor frecuencia, lo que se observa en un gráfico de barra como el valor que toma la barra más alta dentro del gráfico. Y le corresponde al intervalo [1,2[. (II) ES VERDADERA.

III) La probabilidad de seleccionar una persona que vea televisión entre 2 y 4 horas se obtiene de la suma de las frecuencias porcentuales de quienes ven entre 2 y 3 hrs. con 3 y 4 hrs.

Es decir, $25\% + 15\% = 40\% \equiv \frac{40}{100} = 0,4$.

(III) ES VERDADERA.

I), II) y III) son verdaderas.
Alternativa E).

IV.4. ***Ejercicios con todas las medidas de tendencia central***

91. La tabla de la figura muestra las notas obtenidas por los alumnos de cierto curso en una prueba de Matemáticas. De acuerdo a la información entregada por la tabla, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) La mediana es menor que 5
B) El promedio es 5
C) El curso está formado por 44 alumnos
D) La moda es 5
E) Ninguna de las anteriores.

Notas *(x)*	Alumnos *(f)*
2	2
3	5
4	8
5	14
6	13

Solución:

Analicemos cada una de las alternativas. Comencemos por la más fácil de verificar, que es la D). Por definición, la moda es la variable con mayor frecuencia y la tiene en este caso la nota 5. (Ya que 14 es su frecuencia).

Por lo tanto,

La alternativa D) es la verdadera.

92. Se tiene 50 números en una bolsa, conforme se muestra en la tabla: ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

I. La moda es 12.
II. La media aritmética es 12.
III. La mediana es 10,5.

A) Sólo I
B) Sólo III
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) Sólo II y III

números	frecuencia
5	7
8	9
10	10
12	16
15	5
17	3

Solución:

- Analicemos aseveración I).

El número con mayor frecuencia es el 12, por tanto es la moda y la primera aseveración es verdadera.

- Analicemos aseveración II)

La media aritmética viene dada por:

$$\bar{x} = \frac{5\cdot 7 + 8\cdot 9 + 10\cdot 10 + 12\cdot 16 + 15\cdot 7 + 17\cdot 3}{50}$$

$$= \frac{35 + 72 + 100 + 192 + 105 + 51}{50}$$

$$= \frac{525}{50}$$

$$= 10,5$$

Por lo tanto, la aseveración II) es falsa.

- Analicemos aseveración III)

La mediana es el promedio del 25 y 26 avos datos. Como ambos datos se hayan en el mismo intervalo, el cuál corresponde al número 10, entonces ese valor es la mediana.

Por lo tanto la aseveración III es falsa.

La alternativa correcta es A).

93. La tabla adjunta corresponde a las notas de física obtenidas en un curso. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) La moda es 6.
II) El promedio es 5.
III) La mediana es 5.

A) Sólo I.
B) Sólo II.
C) Sólo I y II.
D) Sólo I y III.
E) I, II y III.

Notas	Frecuencia
1	1
2	4
3	5
4	6
5	9
6	12
7	8

Solución:

Veamos cada una de las afirmaciones.

I. El valor de mayor frecuencia es 12, que corresponde a la nota 6.

II. El promedio es ponderado, y viene dado

$$\text{por } \bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{1\cdot 1 + 2\cdot 4 + 3\cdot 5 + 4\cdot 6 + 5\cdot 9 + 6\cdot 12 + 7\cdot 8}{1+4+5+6+9+12+8}$$

$$= \frac{1+8+15+24+45+72+56}{45} = \frac{221}{45} = 4,\ldots < 5$$

III. La suma de las frecuencias es 45, número impar, por lo tanto la mediana es el 25º valor, el que se halla en la clase de la nota 5.

Luego, sólo I y III son verdaderas, alternativa D).

94. Según la siguiente tabla de frecuencias, la afirmación correcta es:

A) Mediana < media < moda.
B) Media < mediana < moda.
C) Media < moda < mediana.
D) Moda < media < mediana
E) Mediana < moda < media

x_i	1	2	3	4	5	6
fi	2	3	1	6	5	8

Solución:

$$n = \sum f = 2+3+1+6+5+8 = 25$$

$$\bar{x} = \frac{1\cdot 2 + 2\cdot 3 + 3\cdot 1 + 4\cdot 6 + 5\cdot 5 + 6\cdot 8}{25} = \frac{2+6+3+24+25+48}{25} = \frac{108}{25} = 4,32$$

La mediana el es el valor de la variable que ocupa el dato central (13º dato): 5.

La moda es el valor que más se repite o de mayor frecuencia. $x_i = 6$.

El orden en las relaciones de estos parámetros estadísticos, para esta muestra es:
Media < mediana < moda

Alternativa B).

95. La tabla de la figura muestra las frecuencias (f) del número de hermanos que tienen los alumnos de un curso. ¿Cuál(es) de las siguientes aseveraciones es(son) verdadera(s)?

I) El promedio(media) de hermanos en este curso es aproximadamente de 2,4 hermanos.
II) La moda es 4 hermanos.
III) La mediana es 2 hermanos.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) I, II y III

Alumnos	*f*
1	2
2	4
3	3
4	5
5	2
6	2
7	1
Total	19

Solución:
Analicemos cada una de las aseveraciones.
El promedio de hermanos viene dado por:

$$\bar{x} = \frac{1\bullet 2 + 2\bullet 4 + 3\bullet 3 + 4\bullet 5 + 5\bullet 2 + 6\bullet 2 + 7\bullet 1}{2+4+3+5+2+2+1} = \frac{2+8+9+20+10+12+7}{19} = \frac{68}{19} \approx 3,\ldots$$

La aseveración I) es falsa, por lo tanto, la alternativa correcta está entre B) o C).

La mayor frecuencia (5) la tiene la variable de 4 hermanos. Por lo tanto, esa es la moda.
La aseveración II) es correcta.

Por lo tanto, la alternativa correcta es B).

Aunque no es necesario, podemos indicar que la mediana corresponde al décimo dato ordenado de manera ascendente y que se halla en la cuarta clase. La mediana es cuatro hermanos, por lo que III) es falsa.

V. Medidas de Dispersión

V.1. ***Ejercicio de Desviación Media***

96. Se desea calcular la desviación media del conjunto de valores {1, 5, 6, 8, 10, 12}, para lo cuál se elabora la tabla adjunta:
El valor que falta en uno de los casilleros es:

x	$\left\|x-\bar{x}\right\|$
1	6
5	2
6	1
8	1
10	
12	5

A) 0
B) -5
C) 2,57
D) 3
E) -3

Solución:

El valor falta en $\left|x-\bar{x}\right|$ con x = 10 y $\bar{x}$ desconocida. Por lo tanto, hay que hallar primero la media $\bar{x} = \frac{1+5+6+8+10+12}{6} = \frac{42}{6} = 7$

Luego, $\left|x-\bar{x}\right| = \left|10-7\right| = 3$

Alternativa D).

V.2. ***Ejercicios de Desviación Típica***

97. Para calcular la desviación estándar del siguiente conjunto de datos {2, 4, 5, 6, 8, 11} se calcula la media aritmética de los valores dados, el cuál es 6 y enseguida se elabora una tabla como la que se muestra.
El número que falta en el casillero de la tabla es:
A) 36
B) 16
C) 4
D) -16
E) Ninguna de las anteriores.

	x	$(x-\bar{x})^2$
	2	
	4	4
	5	1
	6	0
	8	4
	11	25
totales	36	50

Solución:
El valor que falta en $(x-\bar{x})^2$ con $x = 2$ y $\bar{x} = 6$ es, al reemplazar: $(x-\bar{x})^2 = (2-6)^2 = (-4)^2 = 16$
Alternativa B).

98. Para calcular la desviación estándar del conjunto de datos {4, 5, 7, 9, 14} usando la expresión $\sigma = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$ se elabora la tabla:
Entonces σ es la raíz cuadrada de:
A) 196 – 14
B) 73,4 – 7,8
C) $(73,4)^2 - 7,8$
D) $(7,8)^2 - 73,4$
E) $73,4 - (7,8)^2$

x_i	x_i^2
4	16
5	25
7	49
9	81
14	96

Solución:
La rayita sobre cada variable significa promedio de tal variable.
Así, para $\sigma = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$

$$\overline{x^2} = \frac{16+25+49+81+196}{5} = \frac{367}{5} = 73,4 \quad \text{y} \quad \bar{x} = \frac{4+5+7+9+14}{5} = \frac{39}{5} = 7,8$$

Luego,

$$\sigma = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \sqrt{73,4 - (7,8)^2}$$

Alternativa E).

VI. Ejercicios de Dispersión con medidas de tendencia central

VI. ***Ejercicios de Desviación con medidas de Tendencia Central***

99. La siguiente tabla muestra las temperaturas en Celsius del mes de septiembre de una ciudad del norte de Chile. Respecto de los datos de la tabla se puede afirmar que:

I) Las modas de las temperaturas en dicho mes fue 18º.
II) La mediana es igual a la moda.
III) El recorrido de la variable temperatura fue de 20º

Tº	f
14	1
15	1
16	2
17	5
18	8
19	7
20	6

A) Sólo I.
B) Sólo II.
C) Sólo III.
D) Sólo I y II.
E) Sólo I y III

Solución:
I) El valor de la variable temperatura con mayor frecuencia es 18^o. Por lo tanto,
I) ES VERDADERO.
II) Hay 30 datos de temperaturas (sumando las frecuencias). El dato central es la 15 ava temperatura, que se halla en la variable de 18^o.
II) ES VERDADERO.
III) El recorrido o rango de la variable temperatura es:
t^o máxima – t^o mínima = $20^o - 14^o = 6^o$
III) ES FALSA.
Sólo I) y II).
Alternativa D).

100. Se realiza un estudio sobre el número de días que los pacientes sufren mejoría de jaqueca crónica con un nuevo medicamento, presentando la tabla adjunta. ¿Cuál(es) de las siguientes proposiciones relativas a los datos en la tabla es(son) verdadera(s)?

I) La mediana tiene el mismo valor que la moda.
II) El porcentaje de pacientes que sienten mejoría con el medicamento en todos los días del tratamiento es $55,\overline{5}$.
III) El rango o recorrido de la variable es 1.900.

Días (x_i)	Frecuencias (f_i)
0	100
1	250
2	300
3	500
4	450
5	2.000

A) Sólo I.
B) Sólo II.
C) Sólo I y II.
D) Sólo I y III.
E) I, II y III.

Solución:
I. Debemos contabilizar la cantidad de datos para luego ver cuál es el dato central. La variable que contenga a tal dato será la mediana.
Así, $n^o = \sum f_i = 100 + 250 + 300 + 500 + 450 + 2.000 = 3.600$
El número de datos es par y los datos centrales ocupan el 1.800 y 1.801 $\frac{avo}{}$ lugar, los cuáles pertenecen al valor de 5 días. Por lo tanto, tal valor es la mediana.
El valor que más se repite es también 5 días, por lo tanto, es también la moda.
I) ES VERDADERA.
II. Sólo 2.000 de los 3.600 pacientes sienten mejoría los 5 días del tratamiento, los que representan el $\frac{2000}{3600} \bullet 100\% = \frac{20}{36} \bullet 100 = \frac{5}{9} \bullet 100 = 5 \bullet 11,\overline{1} = 55,\overline{5}\%$.
II) ES VERDADERA.
III. El rango o recorrido es: valor máximo – valor mínimo = 5 – 0 = 5
III) ES FALSA. Así sólo I) y II) son verdaderas.
Alternativa C).